Pismeni ispit iz predmeta **Uvod u linearnu algebru**, 22.09.2011.

1. **a)** Koju od tri osobine "refleksivnost", "simetričnost" i "tranzitivnost" možete pridružiti svakoj od sljedećih relacija između cijelih brojeva a i b.

$$a \leq b, \qquad a < b, \qquad a|b, \qquad a^2 + a = b^2 + b, \qquad a < |b|.$$

b) Naći sve matrice koje komutiraju sa matricom $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$.

2. **a)** Neka je dat skup $\{-1, 1\}$ i neka je data operacija $\cdot$ "obično" množenje. Dokazati da je uređen par $(\{-1, 1\}, \cdot)$ Abelova grupa.

b) Neka je I $n \times n$ jedinična matrica i neka je J $n \times n$ matrica čija je svaka vrijednost 1. Pokazati da je $det[(r-\lambda)I + \lambda J] = (r-\lambda)^{n-1}[(n-1)\lambda + r]$.

3. Riješiti sistem jednačina

$$\begin{aligned} x_1 + 2x_2 - x_3 + 3x_4 - x_5 &= 0 \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 - x_5 &= -1 \\ x_1 - x_2 + x_3 + 2x_4 &= 2 \\ 4x_1 + 3x_3 + 6x_4 - 2x_5 &= 5\ . \end{aligned}$$

4. Neka je $\mathbb{R}$ polje realnih brojeva i neka je X konačan skup. Označimo sa S skup svih funkcija sa X u $\mathbb{R}$. U skupu S definišimo operaciju sabiranja i množenja skalarom na sljedeći način: $\forall f, g, \in S$

$$(f+g)(x) = f(x) + g(x) \text{ za } \forall x \in X$$
$$(\alpha f)(x) = \alpha f(x) \text{ za } \forall x \in X \text{ i } \forall \alpha \in \mathbb{R}$$

Dokazati da je S u odnosu na ove dvije operacije vektorski prostor nad poljem realnih brojeva.

Pismeni ispit iz predmeta **Uvod u linearnu algebru**, 22.09.2011.

1. **a)** Koju od tri osobine "refleksivnost", "simetričnost" i "tranzitivnost" možete pridružiti svakoj od sljedećih relacija između cijelih brojeva a i b.

$$a \leq b, \qquad a < b, \qquad a|b, \qquad a^2 + a = b^2 + b, \qquad a < |b|.$$

b) Naći sve matrice koje komutiraju sa matricom $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$.

2. **a)** Neka je dat skup $\{-1, 1\}$ i neka je data operacija $\cdot$ "obično" množenje. Dokazati da je uređen par $(\{-1, 1\}, \cdot)$ Abelova grupa.

b) Neka je I $n \times n$ jedinična matrica i neka je J $n \times n$ matrica čija je svaka vrijednost 1. Pokazati da je $det[(r-\lambda)I + \lambda J] = (r-\lambda)^{n-1}[(n-1)\lambda + r]$.

3. Riješiti sistem jednačina

$$\begin{aligned} x_1 + 2x_2 - x_3 + 3x_4 - x_5 &= 0 \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 - x_5 &= -1 \\ x_1 - x_2 + x_3 + 2x_4 &= 2 \\ 4x_1 + 3x_3 + 6x_4 - 2x_5 &= 5\ . \end{aligned}$$

4. Neka je $\mathbb{R}$ polje realnih brojeva i neka je X konačan skup. Označimo sa S skup svih funkcija sa X u $\mathbb{R}$. U skupu S definišimo operaciju sabiranja i množenja skalarom na sljedeći način: $\forall f, g, \in S$

$$(f+g)(x) = f(x) + g(x) \text{ za } \forall x \in X$$
$$(\alpha f)(x) = \alpha f(x) \text{ za } \forall x \in X \text{ i } \forall \alpha \in \mathbb{R}$$

Dokazati da je S u odnosu na ove dvije operacije vektorski prostor nad poljem realnih brojeva.