Pismeni ispit iz predmeta **Uvod u linearnu algebru**, 07.09.2011.

1. **a)** Odrediti sve polinome P trećeg stepena koji zadovoljavaju sljedeće uvjete: $P(0) = 1$, $P(1) = 4$, $P(2) = 15$, $P(-1) = 0$, $P(-2) = -5$. (Polinom trećeg stepena je oblika $P(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$).

b) Koje od sljedećih binarnih operacija $a \circ b$ na cijelim brojevima a i b su asocijativne, a koje su komutativne?

$$a \circ b \stackrel{def}{=} a - b, \quad a \circ b \stackrel{def}{=} a^2 + b^2, \quad a \circ b \stackrel{def}{=} 2(a + b), \quad a \circ b \stackrel{def}{=} -a - b.$$

2. **a)**Metodom matematičke indukcije dokazati da $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}^n = \begin{bmatrix} 1 & n \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ za svaki prirodan broj n.

b) Neka je dat skup $G = \{e, a, a^2, b, ab, a^2b\}$ na kojem je definisana operacija "obično" množenje $\cdot$ takvo da $a^3 \stackrel{def}{=} e$ i $b^2 \stackrel{def}{=} e$. Dokazati da je $(G, \cdot)$ grupa. Da li je grupa Abelova?

3. Diskutovati rješenja sistema u ovisnosti o parametra λ:

$$\begin{aligned} (1+\lambda)x_1 + x_2 + x_3 &= 1 \\ x_1 + (1+\lambda)x_2 + x_3 &= \lambda \\ x_1 + x_2 + (1+\lambda)x_3 &= \lambda^2 \ . \end{aligned}$$

4. Izračunati svojstvene vrijednosti i svojstvene vektore matrice $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$ nad poljem kompleksnih brojeve.

Pismeni ispit iz predmeta **Uvod u linearnu algebru**, 07.09.2011.

1. **a)** Odrediti sve polinome P trećeg stepena koji zadovoljavaju sljedeće uvjete: $P(0) = 1$, $P(1) = 4$, $P(2) = 15$, $P(-1) = 0$, $P(-2) = -5$. (Polinom trećeg stepena je oblika $P(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$).

b) Koje od sljedećih binarnih operacija $a \circ b$ na cijelim brojevima a i b su asocijativne, a koje su komutativne?

$$a \circ b \stackrel{def}{=} a - b, \quad a \circ b \stackrel{def}{=} a^2 + b^2, \quad a \circ b \stackrel{def}{=} 2(a + b), \quad a \circ b \stackrel{def}{=} -a - b.$$

2. **a)**Metodom matematičke indukcije dokazati da $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}^n = \begin{bmatrix} 1 & n \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ za svaki prirodan broj n.

b) Neka je dat skup $G = \{e, a, a^2, b, ab, a^2b\}$ na kojem je definisana operacija "obično" množenje $\cdot$ takvo da $a^3 \stackrel{def}{=} e$ i $b^2 \stackrel{def}{=} e$. Dokazati da je $(G, \cdot)$ grupa. Da li je grupa Abelova?

3. Diskutovati rješenja sistema u ovisnosti o parametra λ:

$$\begin{aligned} (1+\lambda)x_1 + x_2 + x_3 &= 1 \\ x_1 + (1+\lambda)x_2 + x_3 &= \lambda \\ x_1 + x_2 + (1+\lambda)x_3 &= \lambda^2 \ . \end{aligned}$$

4. Izračunati svojstvene vrijednosti i svojstvene vektore matrice $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$ nad poljem kompleksnih brojeve.