Pismeni dio ispita iz predmeta Uvod u linearnu algebru, 23.09.2010.

Grupa A

1. Jesu li skupovi: $U=\{(x_1,x_2,x_3,x_4)\in R^4 : x_1+x_2+x_3+x_4=1\}, V=\{(x_1,x_2,x_3,x_4)\in R^4 : x_1+x_2+x_3+x_4=0\}$, vektorski prostori. Obrazložiti tvrdnje.
2. U ovisnosti o parametru $\lambda\in R$ riješiti sistem jednačina metodom determinanti:

$$\begin{array}{lcccccc}(2\lambda-1)x & + & \lambda y & + & z & = & 2-\lambda\\ \lambda x & + & \lambda y & + & z & = & 1\\ x & + & y & + & \lambda z & = & 1.\end{array}$$

3. Zadana je matrica:

$$A=\begin{bmatrix}\lambda+1 & 2 & 3 & 4 & 5\\ 1 & \lambda+2 & 3 & 4 & 5\\ 1 & 2 & \lambda+3 & 4 & 5\\ 1 & 2 & 3 & \lambda+4 & 5\\ 1 & 2 & 3 & 4 & \lambda+5\end{bmatrix}.$$

Za koje vrijednosti parametra $\lambda\in R$ je matrica A regularna? Odrediti rang matrice za sve $\lambda\in R$.

4. a) Je li skup $O=\{X\in M_{2\times2}(\mathrm{R}) : X\cdot X^T=I\}$ uz standardno množenje matrica grupa? $M_{2\times2}(\mathrm{R})$ je skup matrica reda 2x2 nad poljem realnih brojeva, a I je jedinična matrica.

   b) Naći sve matrice koje komutiraju sa matricom: $A=\begin{bmatrix}1 & 2\\ 3 & 4\end{bmatrix}$.

Pismeni dio ispita iz predmeta Uvod u linearnu algebru, 23.09.2010.

Grupa B

1. Neka je $V=\{(x_1,x_2,x_3,x_4,x_5)\in R^5 : x_1-x_2=x_2-x_3=x_3-x_4, x_5=0\}$. Dokažite da je V vektorski prostor te nađite mu neku bazu i dimenziju.
2. a)Odredite strukturu koju množenje matrica čini na skupu $\left\{\begin{bmatrix}a & a-b\\ 0 & b\end{bmatrix} \mid a,b\in\square\right\}$

b) Odredite sve polinome P trećeg stupnja koji zadovoljavaju slijedeće uvjete:`P(0)=1, P(1)=4, P(2)=15, P(-1)=0, P(-2)=-5.`

3. Ako za regularne matrice $A,B,X\in M_{2\times2}$Mn(R) vrijedi $A^{-1}X^2=B^{-1}AX$ izraziti X pomoću A i B, te det$X$ pomocu detA i detB. Ako znamo da je detA = 6 i detB = 9 koliko je detX?
4. U ovisnosti o parametru $\lambda\in R$ riješiti sistem jednačina metodom determinanti:

$$\begin{array}{llll}(1+\lambda)x_1 & +x_2 & +x_3 & =1,\\ x_1 & +(1+\lambda)x_2 & +x_3 & =\lambda,\\ x_1 & +x_2 & +(1+\lambda)x_3 & =\lambda^2\end{array}$$