

Uvod u linearnu algebru

Grupa A

Zadatak 1:

Zadana je matrica $A = \begin{bmatrix} 7 & -3 \\ 5 & -2 \end{bmatrix}$.

- Odrediti skup X svih kvadratnih matrica reda 2 koje komutiraju sa matricom A ;
- Dokazati da je takav skup X vektorski prostor;
- Naći barem dvije baze za X te mu odrediti dimenziju.

Zadatak 2:

Odredite svojstvene vrijednosti te pripadajuće svojstvene vektore sljedeće matrice:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Zadatak 3: Gaussovom metodom riješiti sustav jednažbi u zavisnosti o parametru $\lambda \in \mathbb{R}$:

$$x_1 + \lambda x_2 + x_3 + x_4 = 2$$

$$\lambda x_1 + x_2 + x_3 + \lambda x_4 = 1$$

$$x_1 + \lambda x_2 + \lambda x_3 + x_4 = \lambda$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 1$$

Zadatak 4: Izračunati determinantu reda n :

$$\begin{vmatrix} 1-a & a & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ -1 & 1-a & a & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1-a & a & \ddots & 0 & 0 \\ \vdots & \ddots & & \ddots & \ddots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & \ddots & \ddots & & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & -1 & 1-a & a \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & -1 & 1-a \end{vmatrix}, \text{ za } a \neq -1.$$

Uvod u linearnu algebru

Grupa B

Zadatak 1: Naći svojstvene vrijednosti i svojstvene vektore matrice:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Zadatak 2: Zadana je matrica: $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$.

- d) Odrediti skup X svih kvadratnih matrica reda 3 koje komutiraju sa matricom A;
- e) Dokazati da je takav skup X vektorski prostor;
- f) Naći barem dvije baze za X te mu odrediti dimenziju.

Zadatak 3: Zadane su matrice: $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$. Provjeriti da su A i B regularne matrice, te

potom riješiti matričnu jednadžbu: $A \cdot X^{-1} \cdot B = (B^{-1})^T \cdot A$.

Zadatak 4: Izračunati determinantu reda n:

$$\begin{vmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & \ddots & 0 & 0 \\ \vdots & \ddots & 1 & \ddots & \ddots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & \ddots & \ddots & -1 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 1 & 0 \end{vmatrix}.$$