

Pismeni ispit iz predmeta **Uvod u linearnu algebru** (grupa A, 03.02.2010.)

1. Izračunati karakteristične vrijednosti i karakteristične vektore matrice $\begin{pmatrix} 3 & 4 & 0 \\ -6 & -7 & 0 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$.

2. Data je matricna jednačina $A(X - B)^{-1} = B^{-1}A$ i matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ i $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 3 & -1 & 2 \end{pmatrix}$.

- a) Koji uslov moraju zadovoljavati matrice A i B da bi data jednačina imala rješenje $X = 2B$?
 b) Riješiti datu jednačinu ako matrice A i B ne zadovoljavaju uslov dobijen pod a).

3. Riješiti sistem jednačina za razne vrijednosti parametra $a \in \mathbf{R}$:

$$\begin{cases} ax_1 - 4x_2 + 9x_3 + 10x_4 = 11 \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 5 \\ 4x_1 - 2x_2 + 5x_3 + 6x_4 = 7 \\ 6x_1 - 3x_2 + 7x_3 + 8x_4 = 9 \end{cases}$$

4. Matematičkom indukcijom dokazati:

$$\begin{vmatrix} 1 & n & n & \cdots & n & n \\ n & 2 & n & \cdots & n & n \\ n & n & 3 & \cdots & n & n \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots & \vdots \\ n & n & n & \cdots & n-1 & n \\ n & n & n & \cdots & n & n \end{vmatrix} = (-1)^{n-1} \cdot n!$$

Pismeni ispit iz predmeta **Uvod u linearnu algebru** (grupa B, 03.02.2010.)

1. Riješiti sistem jednačina za razne vrijednosti parametra $a \in \mathbf{R}$:

$$\begin{cases} 8x_1 + 12x_2 + 7x_3 + ax_4 = 9 \\ 6x_1 + 9x_2 + 5x_3 + 6x_4 = 7 \\ 4x_1 + 6x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 5 \\ 2x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 2 \end{cases}$$

2. Izračunati karakteristične vrijednosti i karakteristične vektore matrice $\begin{pmatrix} 5 & -2 & -1 \\ -1 & 6 & 1 \\ 1 & 2 & 5 \end{pmatrix}$.

3. Neka je M skup matrica oblika $\begin{pmatrix} a & 0 & b \\ 0 & c & 0 \\ b & 0 & a \end{pmatrix}, (a, b, c \in \mathbf{R})$. Koji uslov moraju zadovoljavati a, b, c da bi

matrice iz M bile regularne? Za tako određeno a, b, c dokazati da skup M u odnosu na operaciju množenja matrica ima strukturu grupe. Da li je grupa abelova?

4. Matematičkom indukcijom dokazati:

$$\begin{vmatrix} 1+x^2 & x & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ x & 1+x^2 & x & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & x & 1+x^2 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1+x^2 & x \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & x & 1+x^2 \end{vmatrix} = 1+x^2+x^4+\cdots+x^{2n}.$$