Pismeni dio ispita iz predmeta **Uvod u linearnu algebru**, 02.07.2010.

Grupa A

1. Dati su vektori $\vec{a} = \left(m^2+1, m, -2\right)$, $\vec{b} = \left(m^2, 2, -m\right)$ i $\vec{c} = \left(-2m-1, 0, m+2\right)$.
   Odrediti sve vrijednosti parametra m tako da ovi vektori budu linearno zavisni, pa za najveću dobijenu vrijednost parametra m napisati vektor $\vec{a}$ kao linearnu kombinaciju vektora $\vec{b}$ i $\vec{c}$.
2. Riješiti matricnu jednacinu: $AX - 2X - A = I$ ako je $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 4 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$.
3. Diskutovati rješenja i riješiti system za razne vrijednosti parametra $\alpha \in \mathbb{R}$:

$$\begin{aligned} (3\alpha+2)x + (2\alpha+3)y + (2\alpha+3)z &= 5 \\ (2\alpha+1)x + (\alpha+2)y + (\alpha+2)z &= 3 \\ (\alpha+1)x + 2y + (\alpha+1)z &= 2 \end{aligned}$$

4. Neka su $a \oplus b = a + b - 1$ i $a \odot b = -\dfrac{ab}{2}$ binarne operacije na skupu $\mathbb{R}$. Ispitati da li $(\mathbb{R}, \oplus, \odot)$ ima strukturu prstena.

Pismeni dio ispita iz predmeta **Uvod u linearnu algebru,** 02.07.2010.

Grupa B
02.07.2010.

1.a)Ako je $\{\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3\}$ jedna baza vektorskog prostora $\mathbb{R}^3$ nad poljem $\mathbb{R}$, dokazati da i vektori $\vec{b}_1 = \vec{a}_1 + 3\vec{a}_2$, $\vec{b}_2 = -5\vec{a}_1 + \vec{a}_2 + 4\vec{a}_3$ i $\vec{b}_3 = 2\vec{a}_1 + 2\vec{a}_2 + 6\vec{a}_3$ takođe čine bazu prostora $\mathbb{R}^3$ nad poljem $\mathbb{R}$.

b) Ako je $\{\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3\}$ kanonska baza vektorskog prostora $\mathbb{R}^3$ nad poljem $\mathbb{R}$, a $\{\vec{b}_1, \vec{b}_2, \vec{b}_3\}$ kao pod a) izraziti vektor $\vec{c} = (5,3,7)$ preko vektora $\{\vec{b}_1, \vec{b}_2, \vec{b}_3\}$.

2. Riješiti matricnu jednacinu: $(A + BX)^{-1} \cdot A = B$ pri čemu je $A = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ smatrajući da je matrica $A+BX$ regularna.

3. Riješiti i diskutovati rješenja sistema za razne vrijednosti parametara $a, b \in \mathbb{R}$

$$\begin{aligned} \mathbf{4x + 9y - 12z = 2} \\ \mathbf{ax + 9y - 18z = b} \\ \mathbf{2x + 3y - az = 1} \end{aligned}$$

4. Je li skup $U = \{X \in M_2(\mathbb{C}) : \det(X) = 1\}$ uz standardno množenje matrica grupa? (Skup $M_2(\mathbb{C})$ je skup svih matrica formata 2×2 sa elementima iz skupa kompleksnih brojeva.)