Pismeni ispit iz predmeta **Uvod u linearnu algebru**, 02.02.2012.

1. **a)** Na skupu $\mathbb{R}$ definisana je relacija R na sljedeće načine:
(I) $xRy \Leftrightarrow x = y$; (II) $xRy \Leftrightarrow y = 0$; (III) $xRy \Leftrightarrow x^2y - xy^2 - x + y = 0$;
što je definisano za svako $x, y \in \mathbb{R}$. Odrediti za koje slučajeve je R relacija ekvivalencije.

b) Pretpostavimo da jednakost $xyz = 1$ važi u grupi $(G, \cdot)$. Da li tada slijedi da važi $yzx = 1$? Da li je $yxz = 1$? Odgovore obrazložiti (1 je u ovom slučaju jedinični (neutralni) element grupe $(G, \cdot)$).

2. **a)** Riješiti matričnu jednačinu $-X + A^{-1}(A^2X - I) = A$, ako je I jedinična matrica drugog reda i $A = \begin{bmatrix} -5 & 2 \\ 5 & 4 \end{bmatrix}$.

b) Dokazati da $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 5 & 6 \\ 3 & 1 & 7 & 7 \\ 0 & 0 & 2 & 3 \\ 4 & 2 & 1 & 5 \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} 2 & 1 & 5 & 1 \\ 1 & 3 & 7 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 1 & 4 \end{vmatrix}$.

3. Diskutovati rješenja sistema u u zavisnosti od parametra λ:

$$\begin{aligned} 5x_1 - 3x_2 + 2x_3 + 4x_4 &= 3 \\ 4x_1 - 2x_2 + 3x_3 + 7x_4 &= 1 \\ 3x_1 - 6x_2 - x_3 - 5x_4 &= 9 \\ 7x_1 - 3x_2 + 7x_3 + 17x_4 &= \lambda\ . \end{aligned}$$

4. Neka je $\mathbb{R}$ polje realnih brojeva i neka je X konačan skup. Označimo sa S skup svih funkcija sa X u $\mathbb{R}$. U skupu S definišimo operaciju sabiranja i množenja skalarom na sljedeći način: $\forall f, g, \in S$

$$(f+g)(x) = f(x) + g(x) \text{ za } \forall x \in X$$
$$(\alpha f)(x) = \alpha f(x) \text{ za } \forall x \in X \text{ i } \forall \alpha \in \mathbb{R}$$

Dokazati da je S u odnosu na ove dvije operacije vektorski prostor nad poljem realnih brojeva.

Pismeni ispit iz predmeta **Uvod u linearnu algebru**, 02.02.2012.

1. **a)** Na skupu $\mathbb{R}$ definisana je relacija R na sljedeće načine:
(I) $xRy \Leftrightarrow x = y$; (II) $xRy \Leftrightarrow y = 0$; (III) $xRy \Leftrightarrow x^2y - xy^2 - x + y = 0$;
što je definisano za svako $x, y \in \mathbb{R}$. Odrediti za koje slučajeve je R relacija ekvivalencije.

b) Pretpostavimo da jednakost $xyz = 1$ važi u grupi $(G, \cdot)$. Da li tada slijedi da važi $yzx = 1$? Da li je $yxz = 1$? Odgovore obrazložiti (1 je u ovom slučaju jedinični (neutralni) element grupe $(G, \cdot)$).

2. **a)** Riješiti matričnu jednačinu $-X + A^{-1}(A^2X - I) = A$, ako je I jedinična matrica drugog reda i $A = \begin{bmatrix} -5 & 2 \\ 5 & 4 \end{bmatrix}$.

b) Dokazati da $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 5 & 6 \\ 3 & 1 & 7 & 7 \\ 0 & 0 & 2 & 3 \\ 4 & 2 & 1 & 5 \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} 2 & 1 & 5 & 1 \\ 1 & 3 & 7 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 1 & 4 \end{vmatrix}$.

3. Diskutovati rješenja sistema u u zavisnosti od parametra λ:

$$\begin{aligned} 5x_1 - 3x_2 + 2x_3 + 4x_4 &= 3 \\ 4x_1 - 2x_2 + 3x_3 + 7x_4 &= 1 \\ 3x_1 - 6x_2 - x_3 - 5x_4 &= 9 \\ 7x_1 - 3x_2 + 7x_3 + 17x_4 &= \lambda\ . \end{aligned}$$

4. Neka je $\mathbb{R}$ polje realnih brojeva i neka je X konačan skup. Označimo sa S skup svih funkcija sa X u $\mathbb{R}$. U skupu S definišimo operaciju sabiranja i množenja skalarom na sljedeći način: $\forall f, g, \in S$

$$(f+g)(x) = f(x) + g(x) \text{ za } \forall x \in X$$
$$(\alpha f)(x) = \alpha f(x) \text{ za } \forall x \in X \text{ i } \forall \alpha \in \mathbb{R}$$

Dokazati da je S u odnosu na ove dvije operacije vektorski prostor nad poljem realnih brojeva.