

Pismeni ispit iz predmeta **Uvod u linearnu algebru**, 10.02.2011.

1. a) Dati su skupovi  $A = \{2, 3, 5\}$ ,  $B = \{2, 4, 6\}$  i  $E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ . Odrediti sve skupove  $X$  za koje važi  $X \subseteq E$ ,  $A \cap X = \{3, 5\}$  i  $B \cup X = E$ .

b)  $S$  je skup uređenih parova  $(p, q)$ , gdje su  $p$  i  $q$  cijeli pozitivni brojevi, a relacija  $\rho$  (ro) je definisana na sljedeći način  $(p, q)\rho(p', q') \Leftrightarrow pq' = qp'$ . Dokazati da je  $\rho$  relacija ekvivalencije.

2. Riješiti sistem jednačina i diskutovati njegova rješenja u zavisnosti od parametra  $\lambda$

$$\begin{aligned} x &+ 2z = 0 \\ (2\lambda - 1)x + y + 4z &= 2 \\ -3x + (\lambda + 2)y + (\lambda + 5)z &= \lambda + 3 . \end{aligned}$$

3. Date su matrice  $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 2 & 3 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$  i  $B = \begin{bmatrix} 2 & -3 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ -2 & 1 & 3 \end{bmatrix}$ , a  $I$  je jedinična matrica trećeg reda. Riješiti jednačinu  $B^{-1}XA = (3B - 2I)^{-1}$ .

4. Neka su date matrice  $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$  i  $B = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ . Pokazati da  $A$  i  $B$  imaju različite karakteristične polinome (pa prema tome nisu slične), ali imaju isti minimalni polinom. Prema tome neslične matrice mogu imati isti minimalni polinom.

Pismeni ispit iz predmeta **Uvod u linearnu algebru**, 10.02.2011.

1. a) Dati su skupovi  $A = \{2, 3, 5\}$ ,  $B = \{2, 4, 6\}$  i  $E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ . Odrediti sve skupove  $X$  za koje važi  $X \subseteq E$ ,  $A \cap X = \{3, 5\}$  i  $B \cup X = E$ .

b)  $S$  je skup uređenih parova  $(p, q)$ , gdje su  $p$  i  $q$  cijeli pozitivni brojevi, a relacija  $\rho$  (ro) je definisana na sljedeći način  $(p, q)\rho(p', q') \Leftrightarrow pq' = qp'$ . Dokazati da je  $\rho$  relacija ekvivalencije.

2. Riješiti sistem jednačina i diskutovati njegova rješenja u zavisnosti od parametra  $\lambda$

$$\begin{aligned} x &+ 2z = 0 \\ (2\lambda - 1)x + y + 4z &= 2 \\ -3x + (\lambda + 2)y + (\lambda + 5)z &= \lambda + 3 . \end{aligned}$$

3. Date su matrice  $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 2 & 3 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$  i  $B = \begin{bmatrix} 2 & -3 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ -2 & 1 & 3 \end{bmatrix}$ , a  $I$  je jedinična matrica trećeg reda. Riješiti jednačinu  $B^{-1}XA = (3B - 2I)^{-1}$ .

4. Neka su date matrice  $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$  i  $B = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ . Pokazati da  $A$  i  $B$  imaju različite karakteristične polinome (pa prema tome nisu slične), ali imaju isti minimalni polinom. Prema tome neslične matrice mogu imati isti minimalni polinom.