Univerzitet u Zenici
Pedagoški fakultet
Odsjek: Matematika i informatika
Zenica, 20.06.2012.

Pismeni ispit iz predmeta **Uvod u linearnu algebru**, 20.06.2012.

1. (a) Neka su R_1 i R_2 dvije relacije na skupu S.
(i) Mora li $R_1 \cup R_2$ biti refleksivna, aku su R_1 i R_2 refleksivne.
(ii) Mora li $R_1 \cup R_2$ biti simetrična, aku su R_1 i R_2 simetrične.
(iii) Mora li $R_1 \cup R_2$ biti tranzitivna, aku su R_1 i R_2 tranzitivne.
(Prisjetimo se: Relacija R na skupu S je podskup Dekartovog proizvoda $S \times S$, tj. skup čiji su elementi uređeni parovi (s_1, s_2)).

(b) Za date matrice $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} -1 & -2 & 2 & -1 \\ 1 & 4 & -2 & 3 \\ 0 & -4 & 2 & -2 \\ 2 & 6 & -2 & 2 \end{bmatrix}$ i $C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$, provjeriti da li vrijedi jednakost $B = 4C^{-1}A^{-1}$.

2. Izračunati determinantu n-tog reda $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 & 1 \\ 1-x & 1 & 1 & \dots & 1 & 1 \\ 1 & 1-x & 1 & \dots & 1 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1-x & 1 \end{vmatrix}$.

3. Riješiti sistem jednačina za razne vrijednosti parametra λ :

$$\begin{aligned} -2x_1 + x_2 - 3x_3 - 4x_4 &= -5 \\ 2\lambda x_1 - 8x_2 + 18x_3 + 20x_4 &= 22 \\ -6x_1 + 3x_2 - 7x_3 - 8x_4 &= -9 \\ 4x_1 - 2x_2 + 5x_3 + 6x_4 &= 7\ . \end{aligned}$$

4. (60%) (a) Dat je skup $P_2[x]$, skup svih polinoma sa realnim koeficijentima i stepena najviše 2, tj.

$$P_2[x] = \{p_0 + p_1 x + p_2 x^2 \,|\, p_0, p_1, p_2 \in \mathbb{R}\}.$$

Dokazati da je $P_2[x]$ vektorski prostor, gdje je sabiranje elemenata iz $P_2[x]$ definisano kao "obično" sabiranje polinoma, dok je množenje elemenata iz $P_2[x]$ sa skalarom definisano kao obično množenje skalara sa polinomom.
(40%) (b) Posmatrajmo skup $T = \{a, b, ...\}$ sa najmanje dva člana. Neka je $\mathrm{FUN}(T,T)$ skup svih funkcija koje preslikavaju T u T. Dokazati ili oboriti sljedeću tvrdnju: Operacija kompozicije $\circ$ je komutativna na skupu $\mathrm{FUN}(T,T)$.

(Rješenja su skinuta sa stranice \pf.unze.ba\nabokov
Za sve uočene greške pisati na **infoarrt@gmail.com**)