Univerzitet u Zenici
Pedagoški fakultet
Odsjek: Matematika i informatika
Zenica, 05.07.2012.

Pismeni ispit iz predmeta **Uvod u linearnu algebru**

1. (a) Definišimo relaciju dijeljenja R na skupu prirodnih brojeva $\mathbb{N}$ sa

$$(m,n) \in R \text{ akko } m|n$$

(prisjetimo se da se simbol $m|n$ čita "m dijeli n" a matematički znači da postoji cijeli broj k takav da $n = km$). Koju od osobina (R), (AR), (S), (AS) i (T) relacija R zadovoljava (napisane skraćenice su od pojmova refleksivnost, antirefleksivnost, simetrčnost, antisimertičnost i tranzitivnost).

(b) Neka je $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$. Izračunati $A \cdot A \cdot A \cdot ... \cdot A$ za 72 člana $(\underbrace{A \cdot A \cdot ... \cdot A}_{\text{72 puta}})$.

2. Izračunati determinantu reda $2n$, gdje je $n \in \mathbb{N}$: $\begin{vmatrix} -2 & 0 & 0 & ... & 0 & 0 & 4 \\ 0 & -2 & 0 & ... & 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & ... & 4 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 4 & 0 & ... & 0 & -2 & 0 \\ 4 & 0 & 0 & ... & 0 & 0 & -2 \end{vmatrix}$ (determinanta ima $2n$ kolona i $2n$ vrsta, n je prirodan broj). (Mala pomoć: $\begin{vmatrix} A & B \\ C & D \end{vmatrix} = AD - BC$ gdje su A, B, C i D determinante (kvadratni blokovi)).

3. Riješiti sistem jednačina i diskutovati njegova rješenja u zavisnosti od parametra λ :

$$\begin{aligned} -4x_1 \qquad +x_3 + 2x_4 - 2x_5 &= -\lambda \\ 6x_1 \qquad -x_3 \qquad -2x_5 &= 3 \\ 2x_1 - 2x_2 \qquad -2x_4 + 4x_5 &= 2 \\ x_1 + x_2 - x_3 - 3x_4 + 4x_5 &= 2 \ . \end{aligned}$$

4. Zadana je matrica A čije su dvije svojstvene vrijednosti -1 i 1: $A = \begin{bmatrix} 7 & -4 & 0 \\ a & -7 & b \\ 3 & -2 & 0 \end{bmatrix}$. Odrediti $a, b \in \mathbb{R}$ a poslije toga i preostale svojstvene vrijednosti (ako ih ima).

(Rješenja su skinuta sa stranice \pf.unze.ba\nabokov
Za sve uočene greške pisati na **infoarrt@gmail.com**)