

7.4. ANALIZA VREMENA I TROŠKOVA  
 – PERT METODA –

8. Zadatak

Analizom strukture projekta ustanovljena su karakteristična svojstva aktivnosti koja su data u tabeli 1.

Tabela 1

Aktivnost	Zavisni od	Trajanje (v.j.)			Direktni trošk. (n.j.)	
		a <sub>ij</sub>	m <sub>ij</sub>	b <sub>ij</sub>	C <sub>nij</sub>	C <sub>u<sub>ij</sub></sub>
A	nezavisna	3	6	9	110	320
B	"	5	5	5	250	250
C	"	1	4	7	50	200
D	A	2	5	5	100	250
E	A	1	2	6	50	110
F	B, C, E	3	5	7	150	250
G	C	4	4	6	200	250
H	D	6	6	6	300	300
I	D	3	3	3	150	150
J	F	1	2	6	100	260
K	F, G	1	2	3	200	200
L	I, J	4	6	8	400	400
M	I, J	1	1	1	100	100
N	K, M	1	4	4	80	280

U tabeli simboli imaju sledeće značenje:

- a<sub>ij</sub> – optimističko vreme izvršenja aktivnosti (i – j);
- b<sub>ij</sub> – pesimističko vreme izvršenja aktivnosti (i – j);
- m<sub>ij</sub> – najverovatnije vreme izvršenja aktivnosti (i – j);
- C<sub>nij</sub> – direktni troškovi pri normalnom vremenu izvršenja aktivnosti (i – j);
- C<sub>u<sub>ij</sub></sub> – direktni troškovi pri usiljenom vremenu izvršenja aktivnosti (i – j);
- v. j. – vremenska jedinica;
- n. j. – novčana jedinica.

Pod pretpostavkom da je normalno vreme izvršenja jednako očekivanom vremenu izvršenja, a usiljeno vreme izvršenja jednako optimističkom vremenu izvršenja aktivnosti, izvršiti sledeće:

- Nacrtati mrežni dijagram projekta;
- Numerisati događaje mrežnog dijagrama prema pravilu Fulkersona za rastuće uzastopno numerisanje;
- Izvršiti analizu vremena projekta;
- Odrediti kritičan put i subkritičan put prve i druge vrste pri normalnom vremenu izvršenja aktivnosti;
- Odrediti kritičan put pri usiljenom vremenu izvršenja aktivnosti;
- Odrediti verovatnoće nastupanja završnog događaja projekta posle 15; 20 i 25 vremenskih jedinica;
- Odrediti optimalne direktne troškove projekta pod uslovom da vreme izvršenja projekta treba svesti na srednju vrednost između normalnog i usiljenog vremena izvršenja projekta.

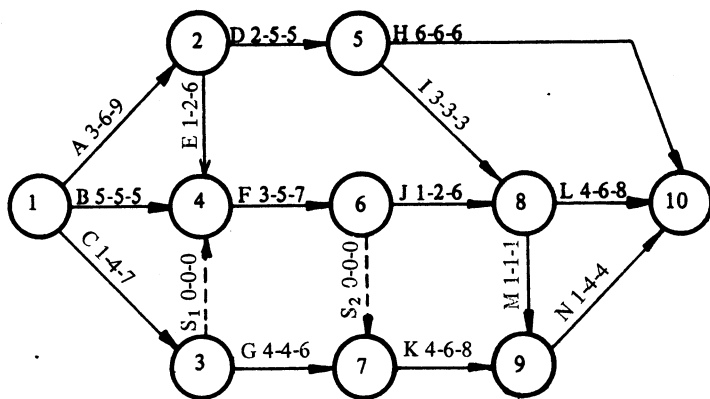
*Rešenje:*

a) Mrežni dijagram je dat na slici 1. Sa leve strane orijentisane duži, računajući od početka ka završetku, nanoseni su: oznaka aktivnosti, optimističko, najverovatnije i pesimističko vreme izvršenja aktivnosti.

b) Numerisanje mrežnog dijagrama rastućim uzastopnim numerisanjem, tj. korišćenjem skupa celih pozitivnih brojeva  $[1, n]$ , pridržavajući se pravila Fulkersona, dato je takođe na slici 1.

c) Analiza vremena počinje određivanjem očekivanog vremena izvršenja aktivnosti.

$$(t_e)_{ij} = \frac{a_{ij} + 4m_{ij} + b_{ij}}{6},$$



Slika 1

gde je:

$(t_e)_{ij}$  – očekivano vreme izvršenja aktivnosti (i – j);

$a_{ij}$  – optimističko vreme izvršenja aktivnosti (i – j);

$m_{ij}$  – najverovatnije vreme izvršenja aktivnosti (i – j);

$b_{ij}$  – pesimističko vreme izvršenja aktivnosti (i – j).

Rezultati dobijeni za  $(t_e)_{ij}$  dati su u tabeli 2. i naneseni sa leve strane aktivnosti na mrežnom dijagramu sa slike 2. Vrednosti su date u vidu razlomaka sa imeniocem 6, radi lakšeg međusobnog poređenja.

Kao druga veličina u analizi vremena određuje se disperzija vremena izvršenja aktivnosti – varijansa.

$$(\delta^2)_{ij} = \left( \frac{b_{ij} - a_{ij}}{6} \right)^2,$$

gde je:

$(\delta^2)_{ij}$  – varijansa vremena trajanja aktivnosti (i – j);

$a_{ij}$  – optimističko vreme izvršenja aktivnosti (i – j);

$b_{ij}$  – pesimističko vreme izvršenja aktivnosti (i – j).

Dobijene vrednosti za varijansu su date u tabeli 2. i nanesene na mrežnom dijagramu na slici 2. za svaku aktivnost sa njene desne strane. Vrednosti su date u vidu razlomaka sa imeniocem 36, radi lakšeg međusobnog poređenja.

Kao treći korak u analizi vremena određuje se najranije vreme nastupanja događaja.

$$(T_E)_j = \max_i \{(T_E)_i + (t_e)_{ij}\}; \quad j = 2, 3, \dots, n$$

usvaja se  $(T_E)_1 = 0$ .

Ovde je:

$(T_E)_j$  – najranije nastupanje događaja j;

$(T_E)_i$  – najranije vreme nastupanja događaja i;

$(t_e)_{ij}$  – očekivano vreme izvršenja aktivnosti (i – j).

Tabela 2.

Aktivnost	Događaj		$(t_e)_{ij}$	$(\sigma^2)_{ij}$	Trajanje (v. j.)		Troškovi (n. j.)		
	i	j			$t_n = t_e$	$t_u = a$	$C_n$	$C_u$	$\Delta C$
A	1	2	36/6	36/36	6	3	110	320	70
B	1	4	36/6	0	5	5	250	250	*
C	1	3	24/6	36/36	4	1	50	200	50
D	2	5	27/6	9/36	4,5	2	100	250	60
E	2	4	15/6	25/36	2,5	1	50	110	40
F	4	6	30/6	16/36	5	3	150	250	50
G	3	7	26/6	4/36	4,5	4	200	250	100
H	5	10	36/6	0	6	6	300	300	*
I	5	8	18/6	0	3	3	150	150	*
J	6	8	15/6	25/36	2,5	1	100	265	110
K	7	9	12/6	4/36	2	1	200	230	30
L	8	10	36/6	13/36	6	6	400	400	*
M	8	9	6/6	0	1	1	100	100	*
N	9	10	21/6	9/36	3,5	1	80	280	80
ZA PROJEKAT					22	15	2240	3355	

Simbol (\*) u koloni za  $\Delta C$  označava aktivnosti koje imaju fiksno vreme izvršenja. Vrednosti najranijih vremena nastupanja događaja nanete su u levim prednjim kvadrantima mrežnog dijagrama datog na slici 2. Te iste vrednosti, ali u vidu decimalnih brojeva, date su u tabeli 3.

U donjem kvadrantu kruga, koji simbolizuje događaj, upisan je broj događaja iz koga polazi aktivnost na osnovu koje je određeno vreme najranijeg nastupanja događaja. Pored najdužeg vremena najranijeg nastupanja događaja, mogu se u levi kvadrant upisati i sledeća vremena po vrednosti, a u donji kvadrant broj početnih događaja aktivnosti na osnovu kojih su određena, što može korisno poslužiti pri kasnijoj analizi.

Kao četvrti korak u analizi vremena određuje se najkasnije vreme nastupanja događaja po obrascu

$$(T_L)_i = \min_j \{(T_L)_j - (t_e)_{ij}\}; \quad i = n - 1, n - 2, \dots, 2, 1$$

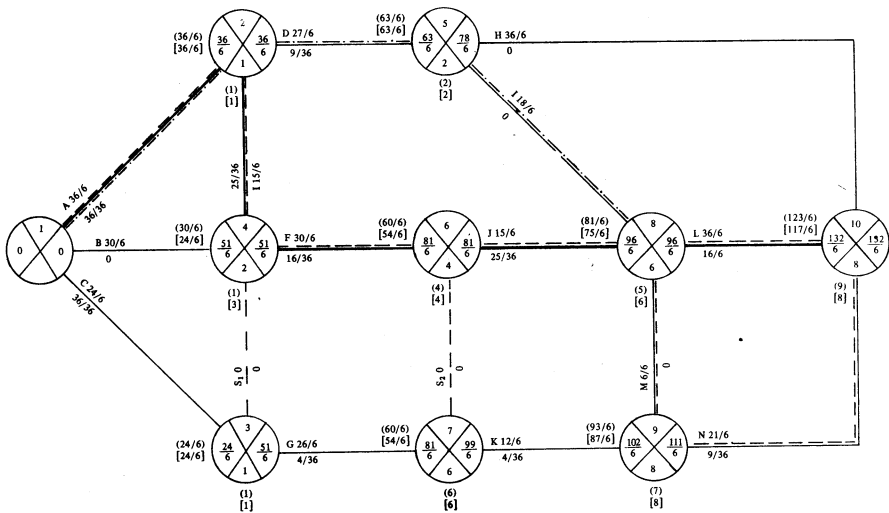
$$\text{usvaja se } (T_L)_n = (T_E)_n.$$

Ovde je:

$(T_L)_i$  – najkasnije vreme nastupanja događaja i,

$(T_L)_j$  – najkasnije vreme nastupanja događaja j,

$(t_e)_{ij}$  – očekivano vreme izvršenja aktivnosti (i - j).



Slika 2.

Vrednosti vremena najkasnijih nastupanja događaja nanete su u desnim (zadnjim) kvadrantima mrežnog dijagrama datog na slici 2. Te iste vrednosti, ali u vidu decimalnih brojeva, date su u tabeli 3.

Pod petim korakom analize vremena podrazumeva se određivanje uslovne vremenske rezerve ili vremenske rezerve događaja, koja se određuje pomoću izraza

$$(S)_i = (T_L)_i - (T_E)_i; \quad i = 1, 2, \dots, n.$$

Tabela 3.

Događaj (i)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Vreme naj-ranijeg nastu-panja $(T_E)_i$	0,0	6,0	4,0	8,5	10,5	13,5	13,5	16,0	17,0	22,0
Vreme naj-kasn. nastu-panja $(T_L)_i$	0,0	6,0	8,5	8,5	13,0	13,5	16,5	16,0	18,5	22,0
Vremenska rezerva događaja $(S)_i$	0,0	0,0	4,5	0	2,5	0	3,0	0	1,5	0

Napomenimo, da se ukupno, slobodna i nezavisna vremenska rezerva za aktivnosti može određivati i kod problema sa stohastičkim vremenom izvršenja aktivnosti (a, m, b), kao i kod problema sa determinističkim vremenima izvršenja aktivnosti, samo se u izraze za vremenske rezerve unosi  $(t_e)_{ij}$  kao stvarno vreme izvršenja aktivnosti. Međutim, sa ovako dobijenim vremenskim rezervama ne možemo računati sa sigurnošću kao kod problema sa determinističkim vremenom izvršenja aktivnosti.

d) Određivanje kritičnog i subkritičnih puteva svakako spada u analizu vremena, mada smo to izdvojili pod posebnu tačku. Podrazumevajući da kritičnost razmatramo za pretpostavku  $(T_L)_n = (T_E)_n$ , onda kritični put možemo odrediti odmah po određivanju najranijeg vremena nastupanja događaja, idući od završnog ka početnom događaju preko događaja čiji su brojevi upisani u donjim kvadrantima krugova koji predstavljaju događaje. Na slici 2. polazi se od događaja 10, pa preko događaja 8, 6, 4 i 2 dolazi do događaja 1. Naravno, po određivanju vremena najkasnijeg nastupanja događaja, može se proveriti tačnost određivanja kritičnog puta, jer za događaje na kritičnom putu mora biti  $(T_E)_i = (T_L)_i$ , za svako i sa kritičnog puta.

Subkritične puteve prve i druge vrste možemo odrediti upisujući gde je to potrebno, u levi kvadrant dve naredne vrednosti vremena najranijeg nastupanja događaja, a u donji kvadrant brojeve početnih događaja aktivnosti na osnovu kojih su ta vremena određena. Za događaje na kritičnom putu ova vremena uvek određivati kada postoje, jer su najveći izgledi da će subkritični putevi imati izvestan broj zajedničkih aktivnosti sa kritičnim putem. Na mrežnom dijagramu sa slike 2. drugo po vrednosti vreme nastupanja događaja je obeleženo u malim zagradama, a treće u srednjim. Analogno su obeleženi i brojevi događaja na osnovu kojih su određeni. Subkritični put prve vrste je obeležen sa ( — — — — — ), a druge vrste sa ( — — — — — ).

Tabelarno određivanje subkritičnih puteva prve i druge vrste dato je u tabeli 4, u kojoj su navedeni svi putevi sa pripadajućim aktivnostima i vremenima izvršenja.

Znači, kritičan put sačinjavaju aktivnosti A—E—F—J—L i njegovo vreme iznosi 22 vremenske jedinice, dok subkritične puteve prve i druge vrste sačinjavaju aktivnosti A—E—F—J—M—N, odnosno A—D—I—L, a njihovo vreme izvršenja iznosi 20,5, odnosno 19,5 vremenskih jedinica. Vrednost kritičnog puta je uvedena u tabeli 2. u poslednjoj vrsti u koloni za  $t_n$ .

e) Kritičan put pri usiljenom vremenu izvršenja aktivnosti je određen po istom postupku kao i pri normalnom vremenu izvršenja aktivnosti. Njegova vrednost je data na mrežnom dijagramu na slici 3. Sačinjavaju ga aktivnosti B—F—J—L (dvostruko izvučene), a vreme izvršenja ovoga kritičnog puta, ili projekta pri usiljenom vremenu izvršenja aktivnosti je 15 vremenskih jedinica. Ova vrednost je uneta i u poslednju vrstu tabele 2. u koloni za  $t_u$ .

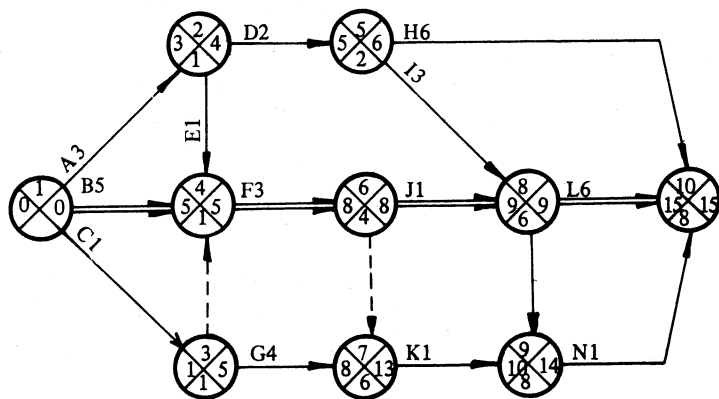
Redni broj puta	Pripadajuće aktivnosti	Trajanje (v. j.)	Primedba
I	A-D-H	$\frac{36}{6} + \frac{27}{6} + \frac{36}{6} + \frac{99}{6} = 16,5$	
II	A-D-I-L	$\frac{36}{6} + \frac{27}{6} + \frac{18}{6} + \frac{36}{6} = \frac{117}{6} = 19,5$	Subkritičan druge vrste
III	A-E-F-J-L	$\frac{36}{6} + \frac{15}{6} + \frac{30}{6} + \frac{15}{6} + \frac{36}{6} = \frac{132}{6} = 22$	Kritičan
IV	A-E-F-S <sub>2</sub> -K-N	$\frac{36}{6} + \frac{15}{6} + \frac{30}{6} + \frac{12}{6} + \frac{21}{6} = \frac{114}{6} = 19$	
V	A-E-F-J-M-N	$\frac{36}{6} + \frac{15}{6} + \frac{30}{6} + \frac{15}{6} + \frac{6}{6} + \frac{21}{6} = \frac{123}{6} = 20,5$	Subkritičan prve vrste
VI	B-F-J-L	$\frac{30}{6} + \frac{30}{6} + \frac{15}{6} + \frac{36}{6} = \frac{111}{6} = 18,5$	
VII	B-F-S <sub>2</sub> -K-N	$\frac{30}{6} + \frac{30}{6} + \frac{12}{6} + \frac{21}{6} = \frac{93}{6} = 15,5$	
VIII	B-F-J-M-N	$\frac{30}{6} + \frac{30}{6} + \frac{15}{6} + \frac{6}{6} + \frac{21}{6} = \frac{102}{6} = 17$	
IX	C-G-K-N	$\frac{24}{6} + \frac{26}{6} + \frac{12}{6} + \frac{21}{6} = \frac{83}{6} = 13,83$	
X	C-S <sub>1</sub> -F-J-L	$\frac{24}{6} + \frac{30}{6} + \frac{15}{6} = \frac{36}{6} = 17,5$	
XI	C-S <sub>1</sub> -F-J-M-N	$\frac{24}{6} + \frac{30}{6} + \frac{15}{6} + \frac{6}{6} + \frac{21}{6} = \frac{96}{6} = 16$	
XII	C-S <sub>1</sub> -F-S <sub>2</sub> -K-N	$\frac{24}{6} + \frac{30}{6} + \frac{12}{6} + \frac{21}{6} = \frac{87}{6} = 14,5$	

f) Određivanje verovatnoća nastupanja događaja ( $P$ )<sub>i</sub> vrši se preko faktora verovatnoće ( $Z$ )<sub>i</sub>, podrazumevajući da je nastupanje događaja aleatorna promenljiva sa normalnim rasporedom verovatnoće. Faktor verovatnoće određuje se po izrazu

$$(Z)_i = \frac{(T_s)_i - (T_E)_i}{\sqrt{\sum \delta_i^2}}; \quad i = 2, 3, \dots, n,$$

gde je:

- $(Z)_i$  – faktor verovatnoće nastupanja događaja  $i$  za vreme  $(T_s)_i$ ;  
 $(T_s)_i$  – planirano vreme nastupanja događaja  $i$ ,  
 $(T_E)_i$  – vreme najranijeg nastupanja događaja  $i$ ,  
 $\delta_i^2$  – zbir varijansi svih aktivnosti najdužeg puta od početnog događaja do događaja  $i$ .



Slika 3.

Verovatnoća nastupanja događaja se određuje pomoću izraza

$$P(Z)_i = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^Z e^{-\frac{x^2}{2}} dx, \text{ za } i = 2, 3, \dots, n,$$

gde je:

$P(Z)_i$  – verovatnoća nastupanja događaja  $i$ ,

$(Z)_i$  – faktor verovatnoće nastupanja događaja  $i$ .

Funkcija  $P(Z)$  se najčešće daje u obliku tabličnih vrednosti, pri čemu se uzima  $P(Z \leq -3) = 0$ , i  $P(Z \geq 3) = 1$ . Vrednosti ove funkcije su date u tabeli 5.

Određimo prvo verovatnoću da će završni događaj projekta (10) nastupiti posle 15 vremenskih jedinica

$$\begin{aligned}
 (Z)_{10-15} &= \frac{15 - 22}{\sqrt{\frac{36}{36} + \frac{25}{36} + \frac{16}{36} + \frac{25}{36} + \frac{16}{36}}} = \frac{-7}{\sqrt{\frac{118}{36}}} = \frac{-7}{6} = \\
 &= -3,87
 \end{aligned}$$



Tabela 5.

Z	P(Z)	Z	P(Z)	Z	P(Z)	Z	P(Z)
-3,0	0,0013	-1,4	0,0808	0,2	0,5793	1,8	0,9641
-2,9	0,0019	-1,3	0,0968	0,3	0,6179	1,9	0,9713
-2,8	0,0026	-1,2	0,1151	0,4	0,6554	2,0	0,9772
-2,7	0,0035	-1,1	0,1357	0,5	0,6915	2,1	0,9821
-2,6	0,0047	-1,0	0,1587	0,6	0,7257	2,2	0,9861
-2,5	0,0062	-0,9	0,1841	0,7	0,7580	2,3	0,9893
-2,4	0,0082	-0,8	0,2119	0,8	0,7881	2,4	0,9918
-2,3	0,0107	-0,7	0,2420	0,9	0,8159	2,5	0,9938
-2,2	0,0139	-0,6	0,2743	1,0	0,8413	2,6	0,9953
-2,1	0,0179	-0,5	0,3058	1,1	0,8643	2,7	0,9965
-2,0	0,0228	-0,4	0,3446	1,2	0,8849	2,8	0,9974
-1,9	0,0287	-0,3	0,3821	1,3	0,9032	2,9	0,9981
-1,8	0,0359	-0,2	0,4207	1,4	0,9192	3,0	0,9987
-1,7	0,0446	-0,1	0,4602	1,5	0,9332		
-1,6	0,0548	0,0	0,5000	1,6	0,9452		
-1,5	0,0668	0,1	0,5398	1,7	0,9554		

Kako je  $(Z)_{10-15} < -3$ , to uzimamo  $(P)_{10-15} = 0$ . Drugim rečima, ne postoje nikakve šanse (ili vrlo, vrlo male su) da će događaj 10 nastupiti u toku 15 vremenskih jedinica.

Odredimo verovatnoću nastupanja završnog događaja projekta do kraja 20. vremenske jedinice.

$$(Z)_{10-20} = \frac{20-22}{\sqrt{\frac{118}{36}}} = \frac{-2}{\frac{10,86}{6}} = -1,1.$$

Iz tabele 5. vidimo da za faktor verovatnoće od  $-1,1$  odgovara sledeća verovatnoća nastupanja događaja

$$(P)_{10-20} = 0,1357.$$

Znači, verovatnoća da će događaj 10 nastupiti do kraja 20. vremenske jedinice iznosi 13,57%.

Na kraju odredimo verovatnoću nastupanja završnog događaja projekta do kraja 25. vremenske jedinice

$$(Z)_{10-25} = \frac{25-22}{\sqrt{\frac{118}{36}}} = \frac{3}{\frac{10,86}{6}} = 1,66.$$

Kako u tabeli 5, ne postoji vrednost  $P(Z)$  za  $Z = 1,66$ , to ćemo izvršiti linearnu interpolaciju da bismo za ovu vrednost faktora verovatnoće odredili verovatnoću

$$P(Z = 1,70) = 0,9554$$

$$P(Z = 1,60) = 0,9452.$$

Ovde je  $\Delta Z = 0,10$ ,  $\Delta P(Z) = 0,0102$ .

$$\text{Za } \Delta Z = 0,06 \text{ imamo } \Delta P(Z) = \frac{0,0102}{0,10} \cdot 0,06 = 0,0061.$$

Otuda je

$$P(Z = 1,66) = P(Z = 1,60) + 0,0061 = 0,9452 + 0,0061 = 0,9513.$$

Otuda, verovatnoća nastupanja završnog događaja do kraja 25. vremenske jedinice iznosi

$$(P)_{10-25} = 0,9513 = 95,13\%.$$

Vidimo, da možemo sa velikom sigurnošću tvrditi da će završni događaj nastupiti, odnosno da će se projekat završiti, do kraja 25. vremenske jedinice.

Verovatnoća nastupanja događaja je značajan činilac kod primene mrežnog planiranja. Ako se investitoru ponudi kratak period izvršenja projekta, na primer kod nas 15 vremenskih jedinica, investitor će nas sigurno angažovati na ovom poslu, ali je skoro sigurno da nećemo posao obaviti na vreme i da ćemo plaćati penale. To nije mudra politika poslovanja za nas. Ako se investitoru ponudi dug period izvršenja projekta, na primer kod nas 25 vremenskih jedinica, onda smo sigurni da ćemo ponudu ispuniti, ali tada će investitor angažovati ponuđivača sa kraćim periodom izvršenja projekta. Ovo, takođe, nije mudra politika poslovanja za nas. Zato treba tražiti treće rešenje. Ponuditi period izvršenja projekta, čija će se verovatnoća izvršenja kretati u granicama od (70–90)%. Kolike će ove granice biti, zavisi od prirode posla i od ponuđivača, pa i tome treba posvetiti odgovarajuću pažnju.

g) Direktni troškovi projekta pri normalnom i usiljenom vremenu izvršenja aktivnosti, dobiju se sabiranjem direktnih troškova za pojedine aktivnosti. Tako u tabeli 2. troškovi projekta za normalno vreme izvršenja aktivnosti dobijeni su sabiranjem kolone za  $C_n$  i oni iznose 2240 novčanih jedinica. Na isti način, sabiranjem kolone za  $C_u$  dobijaju se direktni troškovi projekta za usiljeno vreme izvršenja aktivnosti, koji iznose 3355 novčanih jedinica. Smatraćemo da je

prištajaj direktnih troškova linearan pri smanjenju vremena izvršenja aktivnosti od normalnog do usiljenog, te ćemo priraštaj direktnih troškova po jedinici vremena skraćenja odrediti po izrazu

$$(\Delta C)_{ij} = \left| \frac{(C_n)_{ij} - (C_u)_{ij}}{(t_n)_{ij} - (t_u)_{ij}} \right| \left( \frac{n. j.}{v. j.} \right),$$

gde je:

- $(\Delta C)_{ij}$  – jedinični priraštaj direktnih troškova za aktivnost (i–j);
- $(C_n)_{ij}$  – direktni troškovi za normalno izvršenje aktivnosti (i–j);
- $(C_u)_{ij}$  – direktni troškovi za usiljeno izvršenje aktivnosti (i–j);
- $(t_n)_{ij}$  – vreme normalnog izvršenja aktivnosti (i–j);
- $(t_u)_{ij}$  – vreme usiljenog izvršenja aktivnosti (i–j).

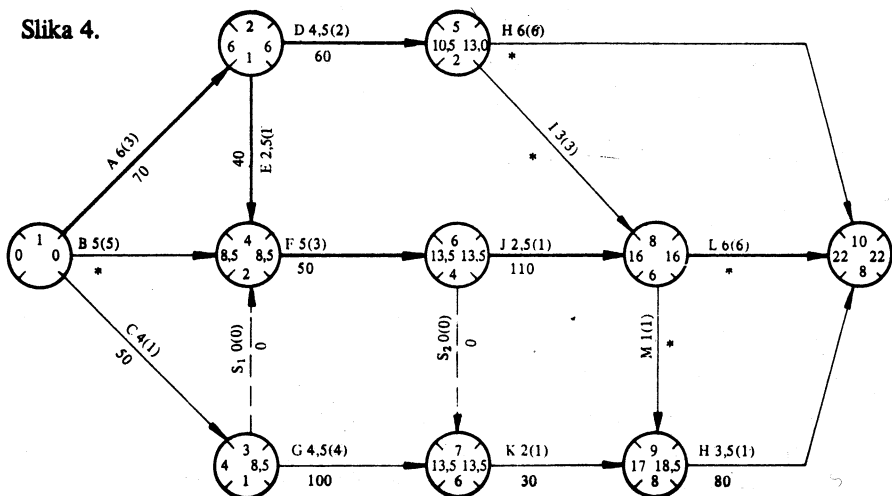
Jedinični priraštaj troškova je određen za sve aktivnosti i dat u tabeli 2.

Primenićemo iterativni postupak da bismo odredili optimalne troškove projekta za dato vreme izvršenja. Dužina kritičnog puta pri normalnom vremenu izvršenja je  $T_n = 22$  v.j, a pri usiljenom vremenu izvršenja je  $T_u = 15$  v.j. Znači treba odrediti optimalne troškove projekta za vreme izvršenja od

$$\frac{T_n + T_u}{2} = \frac{22 + 15}{2} = 18,5 \text{ v.j.}$$

Pri određivanju optimalnih troškova korišćićemo se mrežnim dijagramom datim na slici 4. Sa leve strane aktivnosti naneto je: oznaka, vreme normalnog izvršenja i (u malim zagradama) vreme usiljenog izvršenja, a sa desne strane naneti su jedinični troškovi. Kritični put je označen punim linijama.

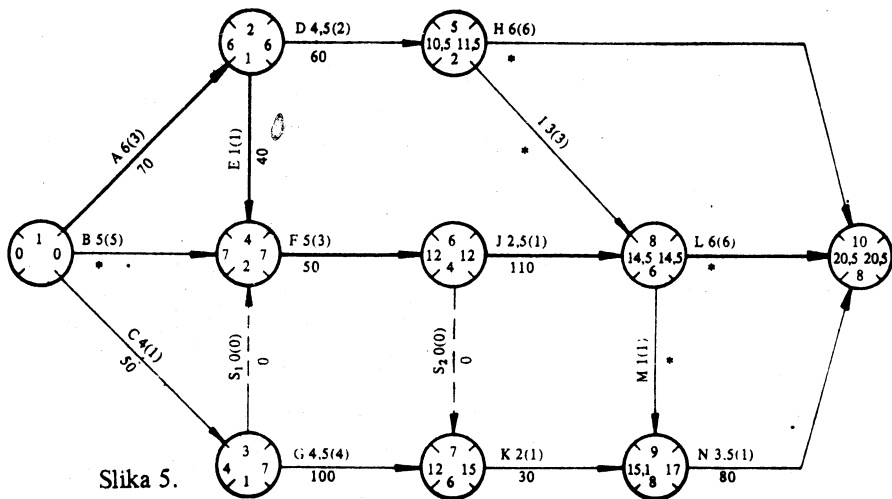
Slika 4.



Da bi se skratilo vreme izvršenja projekta, mora se skratiti vreme izvršenja kritičnog puta, ali ovo skraćivanje može se vršiti samo do pojave novog kritičnog puta, ili do vremena usiljenog izvršenja aktivnosti koje se skraćuju. Prvo skraćujemo aktivnost kod koje su jedinični direktni troškovi najniži. U našem primeru je to aktivnost E. Nju možemo skratiti do njenog vremena usiljenog izvršenja, jer se ona nalazi i na subkritičnom putu prve vrste, a on je kraći od kritičnog za 1,5 v.j. Znači u ovoj prvoj iteraciji imamo skraćenje vremena  $\Delta t_1 = 1,5$  v.j, tj. aktivnost E skraćujemo sa 2,5 v.j. na 1 v.j. To daje:

- vreme izvršenja projekta  $T_1 = T_n - \Delta t_1 = 22 - 1,5 = 20,5$  v.j.
- direktni troškovi projekta  $C_1 = C_n + \Delta t_1 \cdot \Delta C_E = 2240 + 1,5 \cdot 40 = 2300$  n.j.

Stanje posle prve iteracije skraćivanja vremena izvršenja projekta predstavljeno je mrežnim dijagramom na slici 5.



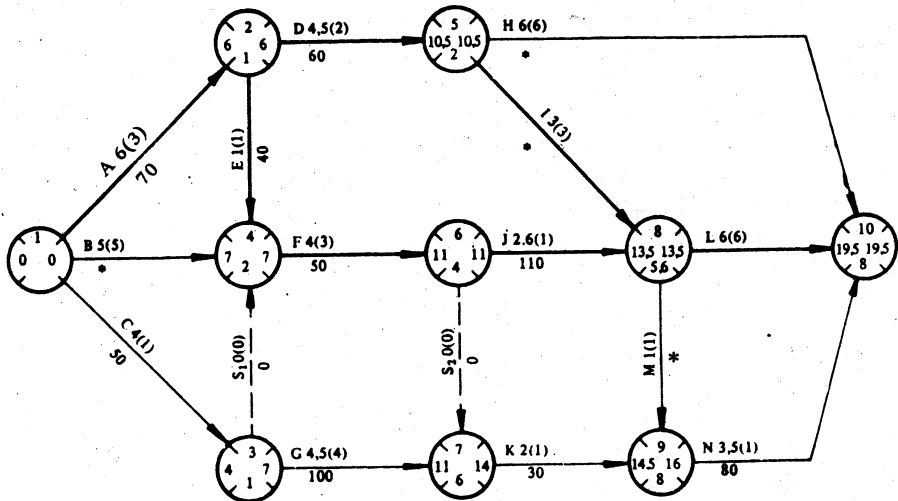
Slika 5.

U drugoj iteraciji skraćujemo aktivnost F jer su njeni jedinični troškovi

$50 \frac{\text{n.j.}}{\text{v.j.}}$ . Aktivnost F bi mogli skratiti za 2 v.j. do njenog usiljenog vremena izvršenja, ali ne možemo, zbog toga što bi tada najranije vreme nastupanja događaja 8 bilo 12,5 v.j. preko aktivnosti J, a 13,5 v.j. preko aktivnosti I. Drugim rečima, subkritični put druge vrste bi ranije postao kritičan, odnosno on dozvoljava da se aktivnost F skрати samo za 1 v.j. Znači u drugoj iteraciji skraćujemo aktivnost F sa 5 v.j. na 4 v.j. To daje:

- vreme izvršenja projekta  $T_2 = T_1 - \Delta t_2 = 20,5 - 1 = 19,5$  v.j.
- direktni troškovi projekta  $C_2 = C_1 + \Delta t_2 \cdot \Delta C_F = 2300 + 1 \cdot 50 = 2350$  n.j.

Stanje posle druge iteracije predstavljeno je mrežnim dijagramom na slici 6.



Slika 6.

Posle druge iteracije pojavio se novi kritični put A—D—I—L. To je prvobitno određeni subkritični put druge vrste. Subkritični put prve vrste nije postao još kritičan, jer skraćujući aktivnosti E i F skraćivali smo i njega.

U trećoj iteraciji moramo za isti iznos skratiti oba kritična puta. Kako je aktivnost A sastavni element oba kritična puta, a jedinični troškovi su joj niži od zbira jediničnih troškova aktivnosti D i F, to ćemo u ovoj iteraciji nju skraćivati. Do njenog vremena usiljenog izvršenja mogli bi je skratiti za 3 v.j. Međutim, aktivnost B dozvoljava da skraćenje bude samo 2 vremenske jedinice. Nama je još potrebno samo skraćenje od 1 vremenske jedinice, pa da postignemo traženu vrednost vremena izvršenja projekta od 18,5 vremenskih jedinica. Znači u ovoj iteraciji skraćujemo aktivnost A sa 6 na 5 vremenskih jedinica, odnosno imamo  $\Delta t_3 = 1$  v.j. što daje:

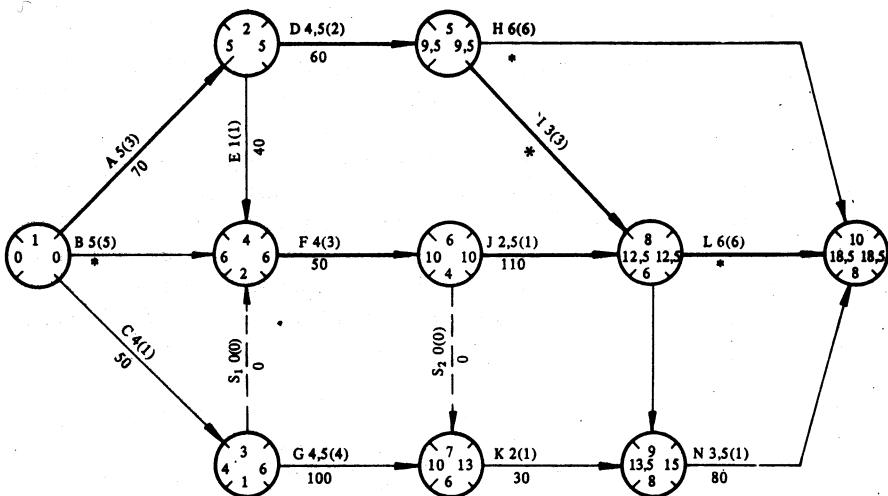
- vreme izvršenja projekta  $T_3 = T_2 - \Delta t_3 = 19,5 - 1 = 18,5$  v.j.
- direktni troškovi projekta  $C_3 = C_2 + \Delta t_3 \cdot \Delta C_A = 2350 + 1 \cdot 70 = 2420$  n.j.

Stanje posle treće iteracije predstavljeno je mrežnim dijagramom na slici 7.

Iznaženje optimalnih (minimalnih) direktnih troškova za dato vreme izvršenja projekta možemo predstaviti i tabelarno kao što je u tabeli 5.

U tabeli 5. kritičan put je obeležen oznakom K, subkritičan prve vrste oznakom SK1 i subkritičan druge vrste oznakom SK2. Simbolično pisanje ispod iteracija, na primer E : 2,5 → 1 v.j, znači da je u prvoj iteraciji vreme izvršenja aktivnosti E skraćeno sa 2,5 na 1 vremensku jedinicu. Ispod broja iteracije su dati

direktni troškovi projekta posle te iteracije. Vreme izvršenja pojedinih puteva posle određene iteracije dato je u koloni ispod broja te iteracije.



Slika 7.

Tabela 5

Redni broj puta	Sastav puta	Vreme trajanja puta		I t e r a c i j e		
		normalno (v. j.)	usijano (v. j.)	1. E:2,5→1 C <sub>1</sub> = 2300	2. F:5→4 C <sub>2</sub> = 2350	3. A:6→5 C <sub>3</sub> = 2420
I	A-D-H	16,5	11,0	16,6	16,5	15,5
II	A-D-I-L	19,5SK2	14,0	19,5SK1	19,5K	18,5K
III	A-E-F-J-L	22,0K	14,0	20,5K	19,5K	18,5K
VI	A-E-F-S <sub>2</sub> -K	19,0	9,0	17,5	16,5	15,5
V	A-E-F-J-M-N	20,5SK1	10,0	19,0	18,0SK1	17,0SK2
VI	B-F-J-L	18,5	15,0K	18,5	17,5SK2	17,5SK1
VII	B-F-S <sub>2</sub> -K-N	15,5	10,0	15,5	14,5	14,5
VIII	B-F-J-M-N	17,0	11,0	17,0	16,0	16,0
IX	C-G-K-N	13,8	7,0	13,8	13,8	13,8
X	C-S <sub>1</sub> -F-J-L	17,5	11,0	17,5	16,5	16,5
XI	C-S <sub>1</sub> -F-J-M-N	16,0	7,0	16,0	15,0	15,0
XII	C-S <sub>1</sub> -S-S <sub>2</sub> -K-N	14,5	6,0	14,5	13,5	13,5

Znači, optimalni (minimalni) troškovi izvršenja projekta za 18,5 vremenskih jedinica iznose 2420 novčanih jedinica.