

## 7. MREŽNO PLANIRANJE

### 7.1. UVOD

Tehnika primene mrežnog planiranja se sastoji iz zasebnih faza rada: analize strukture, analize vremena, analize troškova i raspodele resursa. Analiza strukture se uvek izvodi, a ostale faze prema potrebi. Naime, analiza vremena se ne može izvršiti dok se ne izvrši analiza strukture, dok je analiza troškova i resursa povezana sa analizom vremena. U ovoj zbirci zadaci nisu mogli biti izdvojeni u posebne skupove po fazama rada. U jednom istom zadatku će biti tretirana i analiza strukture, analiza vremena i analiza troškova ili resursa.

Analiza strukture, tj. određivanje tehnološke i logičke međuzavisnosti aktivnosti u mrežnom planiranju predstavlja početnu i osnovnu fazu rada. U realizaciji ove faze mrežnog planiranja moraju učestvovati odgovorni rukovodioci tehnolozi datog projekta. Ovo nije rutinski rad i mada na prvi pogled izgleda jednostavan, treba mu posvetiti dužnu pažnju, jer greške napravljene u ovoj fazi rada utiču na rezultate rada u svim ostalim fazama primene mrežnog planiranja. Bez obzira na ove činjenice, u ovoj zbirci problemima iz čiste analize strukture neće biti posvećen značajniji prostor. Problematika analize strukture je takve prirode da ju je nepodesno izlagati u zbirci zadataka. Drugi razlog je što je sve što je potrebno za detaljno upoznavanje sa analizom strukture izloženo u knjizi: Operaciona istraživanja II – na stranicama od 99 do 131 profesora Petrića.

### 7.2. ANALIZA STRUKTURE

Radi ukazivanja na osnovne postavke pri konstruisanju mrežnog dijagrama daćemo nekoliko manjih primera u kojima će biti tretirana samo ova problematika.

#### 1. Zadatak

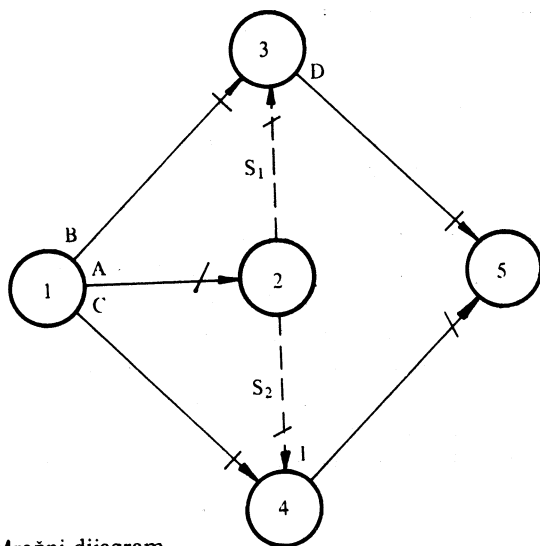
Za aktivnosti date u tabeli 1. nacrtati mrežni dijagram. Simbol (zvezdica) na preseku vrste i kolone u šemi odnosa znači da aktivnost iz vrste prethodi

aktivnosti iz kolone, odnosno da aktivnost navedena u koloni zavisi od aktivnosti navedene u vrsti.

Tabela 1.

| Razmatrane aktivnosti | A | B | C | D | E |
|-----------------------|---|---|---|---|---|
| Prethodne aktivnosti  |   |   |   |   |   |
| A                     |   |   |   | * | * |
| B                     |   |   |   | * |   |
| C                     |   |   |   |   | * |
| D                     |   |   |   |   |   |

Šema odnosa aktivnosti



Slika 1. Mrežni dijagram

**Rešenje.** U ovom primeru je bilo neophodno uvesti dve prividne aktivnosti ( $S_1$  i  $S_2$ ) da bi se pravilno predstavila međuzavisnost realnih aktivnosti. Takođe se, pri crtanju mrežnog dijagrama težilo da bude što manje presecanja aktivnosti (ovde ne postoji nijedan presek). Svi natpisi treba da se vrše na istom mestu u odnosu na svaku aktivnost. Tako su ovde svi simboli aktivnosti pisani na početku orijentisane duži (reprezenta aktivnosti) sa leve njene strane gledajući od početka ka završetku aktivnosti (u smeru orijentacije duži). Primenjeno je rastuće uzastopno numerisanje događaja po pravilu Fulkersona. Iz skupa celih pozitivnih brojeva  $[1, n]$  u prvom koraku najmanji se dodeljuje početnom događaju projekta. U drugom koraku se

obeležavaju sve aktivnosti koje izlaze iz numerisanog događaja (prekrižene crticom kod strelice). U trećem koraku se razmatraju svi događaji u koji ulaze obeležene (prekrižene) aktivnosti (završni događaji aktivnosti A, B i C). Stekli su pravo na numeraciju događaji u koje ulaze samo obeležene aktivnosti. (Samo završni događaji aktivnosti A, dok završni događaji aktivnosti B i C nisu stekli pravo na numeraciju, jer u njih ulaze još neobeležene aktivnosti  $S_1$  i  $S_2$ ). Potom se ponavlja iteracija dodeljujući naredne brojeve, iz skupa usvojenih brojeva za numeraciju, događajima koji su stekli pravo na numeraciju u prethodnoj iteraciji (završnom događaju aktivnosti A dodeljen je broj 2). Poželjno je da brojevi događaja rastu s leva nadesno i odozgo nadole na mrežnom dijagramu. U drugom koraku obeležavaju se aktivnosti ( $S_1$  i  $S_2$ ) koje izlaze iz novonumerisanih događaja (2). U trećem koraku razmatraju se završni događaji novoobeležene aktivnosti ( $S_1$  i  $S_2$ ). To su završni događaji aktivnosti B i  $S_1$  i aktivnosti C i  $S_2$ . Oba ova događaja su stekla pravo na numeraciju u sledećoj iteraciji, koja započinje dodeljivanjem ovim događajima brojeva 3 i 4. Kome događaju će se dati broj 3, a kome broj 4, po pravilu je svejedno, ali na osnovu napred istaknute preporuke završnom događaju aktivnosti B i  $S_1$  je dodeljen broj 3, a završnom događaju aktivnosti C i  $S_2$  broj 4. Osnovni stav Fulkersonovog pravila rastućeg numerisanja je da uvek početnom događaju aktivnosti bude dodeljen manji broj nego njenom završnom događaju.

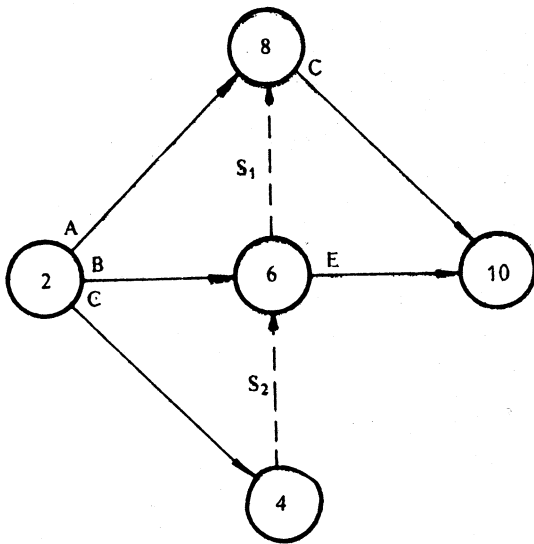
Početni događaj projekta prepoznaje se po tome što u njega ne ulaze aktivnosti, nego samo izlaze. Nasuprot, u završni događaj projekta samo ulaze aktivnosti. Početne ili nezavisne aktivnosti projekta nemaju simbola u kolonama šeme odnosa (u konkretnom primeru aktivnosti A, B i C). Završne aktivnosti projekta nemaju simbola u vrstama šeme odnosa (u konkretnom primeru aktivnosti D i E).

## 2. Zadatak

Nacrtati mrežni dijagram projekta čija je šema odnosa data tabelom 1. Pri numerisanju upotrebiti rastuće numerisanje sa preskocima, tj. upotrebiti samo parne brojeve [ 2, 2 n ].

Tabela 1.

| Razmatrane aktivnosti | A | B | C | D | E |
|-----------------------|---|---|---|---|---|
| Prethodne aktivnosti  |   |   |   |   |   |
| A                     |   |   | * |   |   |
| B                     |   |   | * |   | * |
| C                     |   |   |   |   |   |
| D                     |   |   | * |   | * |
| E                     |   |   |   |   |   |



Slika 1. Mrežni dijagram

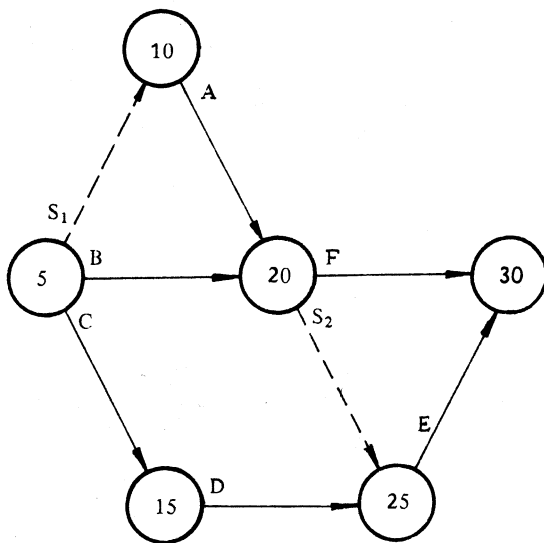
*Rešenje.* Kod ovoga primera se broj ukupnih događaja određuje deljenjem broja poslednjeg događaja sa korakom preskoka ( $10 : 2 = 5$ ). Ovo je značajno kod velikih mrežnih dijagrama gde je brojanje događaja zametan posao. Mrežni dijagram iz ovoga primera se može konstruisati korišćenjem samo dve prividne aktivnosti, ali se često koristi i treća (naročito od strane početnika), koja počinje u događaju 4 a završava se u događaju 8, te time izražava neposredno zavisnost aktivnosti C od aktivnosti D, mada je ta zavisnost izražena posredno preko prividnih aktivnosti  $S_1$  i  $S_2$ . Drugi način crtanja u principu je tačan, ali uvodi jedr u prividnu aktivnost više u mrežni dijagram, tj. komplikuje ga.

### 3. Zadatak

Za šemu odnosa aktivnosti datu tabelom 1. nacrtati mrežni dijagram. Numerisati mrežni dijagram po Fulkersonovom pravilu za rastuće numerisanje. Upotrebiti neuzastopno rastuće numerisanje sa korakom preskoka jednakim 5.

Tabela 1

| Razmatrane aktivnosti | A | B | C | D | E | F |
|-----------------------|---|---|---|---|---|---|
| Prethodne aktivnosti  |   |   |   |   |   |   |
| A                     |   |   |   |   | * | * |
| B                     |   |   |   |   | * | * |
| C                     |   |   |   | * |   |   |
| D                     |   |   |   |   | * |   |
| E                     |   |   |   |   |   |   |
| F                     |   |   |   |   |   |   |



Slika 1. Mrežni dijagram

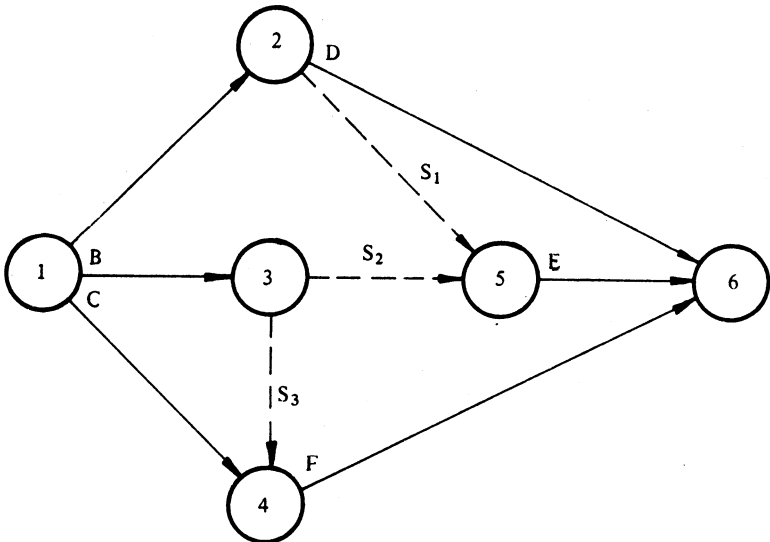
**Rešenje.** U ovom primeru su se pojavile paralelne aktivnosti. Sa logičko-tehnološkog stanovišta njihovom istovremenom odvijanju nema nikakve zamerke, ali, radi jednoznačnog obeležavanja, ne može se dozvoliti da im budu isti i početni i završni događaji. Zato je uvedena prividna aktivnost  $S_1$ . Ovde je korak neuzastopnosti pri numerisanju 5, te ukupan broj događaja je  $n = 30 : 5 = 6$ .

#### 4. Zadatak

Nacrtați mrežni dijagram projekta čija je šema odnosa aktivnosti data tabelom 1. Izvršiti uzastopno rastuće numerisanje koristeći pravilo Fulkersona.

Tabela 1.

| Razmatrane aktivnosti | A | B | C | D | E | F |
|-----------------------|---|---|---|---|---|---|
| Prethodne aktivnosti  |   |   |   |   |   |   |
| A                     |   |   |   | * | * |   |
| B                     |   |   |   |   | * | * |
| C                     |   |   |   |   |   | * |
| D                     |   |   |   |   |   |   |
| E                     |   |   |   |   |   |   |
| F                     |   |   |   |   |   |   |



Slika 1. Mrežni dijagram

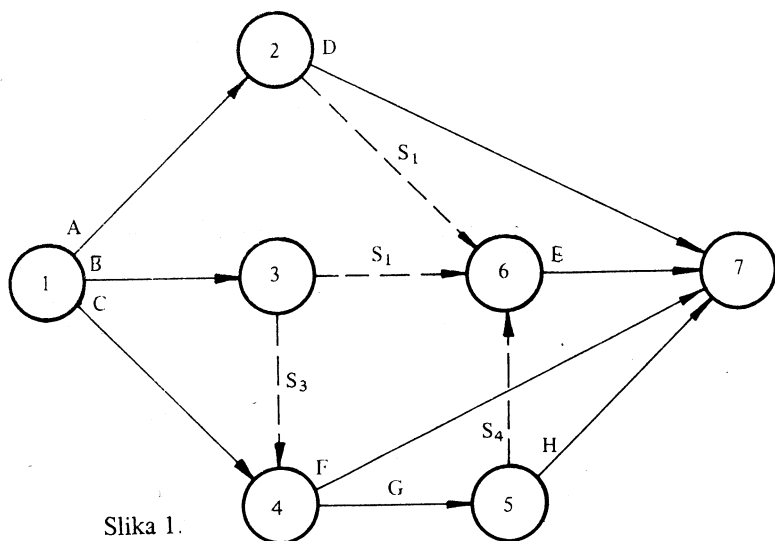
*Rešenje.* Karakterističnost ovog problema je da se zavisnost aktivnosti E od aktivnosti A i B može pravilno prikazati samo ako se uvede poseban događaj za početni događaj aktivnosti E, odnosno postoji događaj u koji ulaze samo prividne aktivnosti.

## 5. Zadatak

Naknadno je ustanovljeno da u projektu iz 4. zadatka treba obaviti još dve aktivnosti (G i H), tako da prva od njih (G) može početi čim se završi aktivnost C, ali ne može početi aktivnost E dok se ne završi ova nova aktivnost. Druga od ovih aktivnosti (H) može početi po završetku aktivnosti G, a od nje ne zavisi nijedna aktivnost. Nova šema odnosa data je tabelom 1, a njoj odgovarajući mrežni dijagram slikom 1.

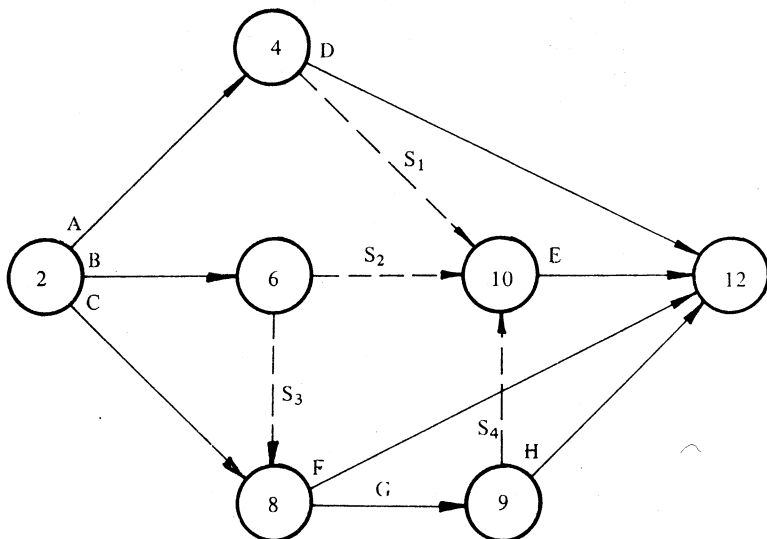
Tabela 1

| Razmatrane aktivnosti<br>Prethodne aktivnosti | A | B | C | D | E | F | G | H |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| A   | / |   |   | * | * |   |   |   |
| B   |   | / |   |   | * | * |   |   |
| C   |   |   | / |   |   | * | * |   |
| D   |   |   |   | / |   |   |   |   |
| E   |   |   |   |   | / |   |   |   |
| F   |   |   |   |   |   | / |   |   |
| G   |   |   |   |   | * |   | / | * |
| H   |   |   |   |   |   |   |   | / |



Slika 1.

*Rešenje.* Da bi bio ispunjen odnos  $i < j$  za svaku aktivnost  $(i-j)$  morao se crtati novi mrežni dijagram. Međutim, da je mrežni dijagram na slici 1. bio numerisan sa preskocima, recimo samo parnim brojevima, onda bi se mogle naknadno uneti aktivnosti G i H, a da se ne crta novi mrežni dijagram. To je pokazano slikom 2. Ovo je značajno kod naknadne dopune velikih mrežnih dijagrama, gde su za crtanje novog mrežnog dijagrama potrebni značajno vreme i materijalni izdaci. Numerisanjem završnog događaja aktivnosti G sa brojem 9 obezbedilo se da za aktivnosti G, H i  $S_4$  bude početni događaj numerisan manjim brojem nego njihov završni događaj, a da ne bude crtan novi mrežni dijagram. U ovome se ogleda prednost neuzastopnog numerisanja.



Slika 2.

## 6. Zadatak

Za šemu odnosa datu tabelom 1. nacrtati mrežni dijagram i numerisati ga uzastopnim rastućim numerisanjem primenjujući pravilo Fulkersona.

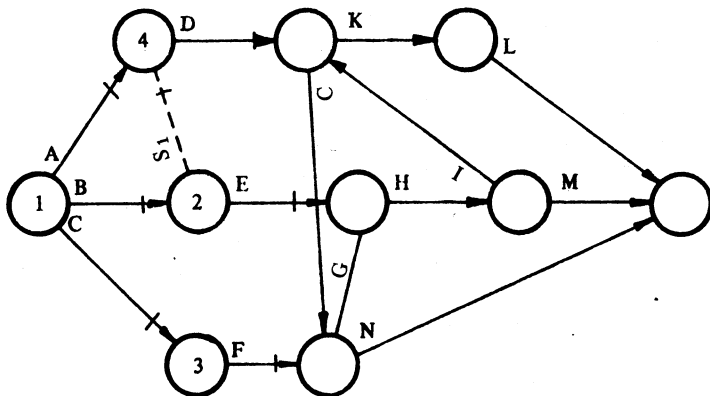
*Rešenje.* Mrežni dijagram je nacrtan na slici 1. bez ikakvih teškoća. Pokušajmo ga numerisati primenom uzastopnog rastućeg numerisanja po pravilu Fulkersona, tj. upotrebimo za numerisanje skup celih pozitivnih brojeva  $[1, n]$ . U prvom koraku dodeljuje se početnom događaju projekta broj 1. U drugom koraku obeležavaju se sve aktivnosti koje izlaze iz događaja 1. To su aktivnosti A, B i C.

U trećem koraku razmatraju se završni događaji svih obeleženih aktivnosti. U završne događaje aktivnosti B i C ulaze samo obeležene aktivnosti, te se ti događaji numerišu brojevima 2 i 3. Obeležavaju se sve aktivnosti koje izlaze iz događaja 2 i 3. To su aktivnosti  $S_1$ , E i F. Potom se razmatraju događaji u koje ulaze ove



| Razmatrane aktivnosti | A | B | C | D | E | F | G | H | I | J | K | L | M | N |
|-----------------------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| A                     |   |   |   | * |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| B                     |   |   |   | * | * |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| C                     |   |   |   |   |   | * |   |   |   |   |   |   |   |   |
| D                     |   |   |   |   |   |   |   |   |   | * | * |   |   |   |
| E                     |   |   |   |   |   |   |   | * |   |   |   |   |   |   |
| F                     |   |   |   |   |   |   | * |   |   |   |   |   |   | * |
| G                     |   |   |   |   |   |   |   | * |   |   |   |   |   |   |
| H                     |   |   |   |   |   |   |   |   | * |   |   |   | * |   |
| I                     |   |   |   |   |   |   |   |   |   | * | * |   |   |   |
| J                     |   |   |   |   |   |   | * |   |   |   |   |   |   | * |
| K                     |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   | * |   |   |
| L                     |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| M                     |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| N                     |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |

aktivnosti. Jedino je završni događaj aktivnosti  $S_1$  stekao pravo na numeraciju i dodeljen mu je broj 4. Nastavlja se sa obeležavanjem aktivnosti koje izlaze iz događaja 4. To je aktivnost D. Razmatra se završni događaj aktivnosti D. On ne može biti numerisan sledećim brojem, jer u njega ulazi i aktivnost I koja nije još obeležena. Kako nema više događaja koji su stekli pravo na numeraciju, to znači da se ne može do kraja numerisati ovaj mrežni dijagram. To ujedno ukazuje da u ovom mrežnom dijagramu postoji kružni put (petlja), a to je i bio cilj ovoga primera. Taj kružni put sačinjavaju aktivnosti G - H - I - J - G. On se lako uočava na mrežnom dijagramu, jer je ovaj mrežni dijagram relativno mali i aktivnosti kružnog puta predstavljaju približno 30% ukupnog broja aktivnosti. Mnogo teže je vizuelno uočiti kružni put na velikom mrežnom dijagramu. Razmatrajuci aktivnosti kružnog puta dolazi se do zaključka da je aktivnost G istovremeno i prethodna i naredna aktivnost aktivnostima H - I - J. Ovo je



Slika 1.

logičko-tehnološki nemoguće, jer se svaki projekat mora vremenski odvajati unapred ako ima svoj početak i završetak.

Znači, ako se u mrežnom dijagramu pojavi kružni put, onda se ne može do kraja sprovesti rastuće numerisanje po pravilu Fulkerskona. Drugim rečima, Fulkersonovo pravilo rastućeg numerisanja uspešno otkriva kružne puteve u mrežnom dijagramu.