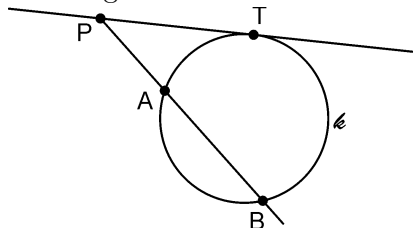


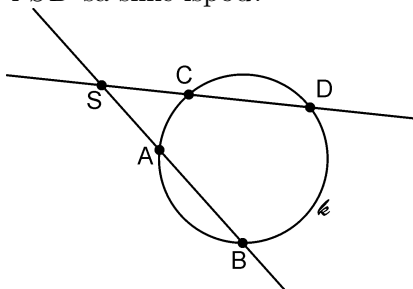
## 13 Elementarni zadaci: Krug i konstruktivni zadaci u kojima se pojavljuje i krug.

Elementarna pitanja:

1. Neka je prava  $p(P, T)$  tangenta na krug  $k$ . U kakvom su odnosu duži  $PT$ ,  $PA$  i  $PB$  sa slike ispod?



2. Neka su date dvije prave koje se sijeku u tački  $S$  i koje sijeku krug  $k$  u tačkama  $A, B, C$  i  $D$ . U kakvom su odnosu duži  $SA, SB, SC$  i  $SD$  sa slike ispod?



1. Neka je  $k$  krug koji je opisan oko trougla  $\triangle ABC$ ,  $AB < AC$  i neka je tačka  $N$  središte luka  $AC$  (kojem pripada i tačka  $B$ ) kruga  $k$ . Dalje, neka je  $M$  središte duži  $AC$  i  $P \neq N$  tačka presjeka prave  $p(N, M)$  i opisanog kruga. Dokazati da je  $NP$  prečnik opisanog kruga.

2. Date su prave  $t, q$  i  $s$  takve da  $q \perp t, s \perp t, s \cap t = \{Q\}$  i  $q \cap t = \{P\}$ . Dati su krugovi  $k_1(O_1, r_1)$  i  $k_2(O_2, r_2)$  takvi da je  $O_1 \in s, s \cap k_1 = \{M, N\}$  i  $Q - M - N, O_2 \in q, k_2$  dodiruje krug  $k_1$  u tački  $E$  i  $k_1$  dodiruje pravu  $t$  u tački  $P$ . Dokazati da je  $PN \cap O_1O_2 = \{E\}$ .

3. Dati su krugovi  $k_1(O_1, r_1)$  i  $k_2(O_2, r_2)$  koji se dodiruju u tački  $E$  i dat je krug  $k_3(O_3, r_3)$  takav da siječe krug  $k_1$  u tačkama  $P$  i  $Q$ , a krug  $k_2$  u tačkama  $M$  i  $N$ . Ako sa  $S$  označimo presjek pravih  $p(P, Q)$  i  $p(M, N)$  dokazati da je  $p(S, E)$  tangenta na krug  $k_1$  i na krug  $k_2$ .

4. Konstruisati vanjsku zajedničku tangentu dvijema datim kružnicama.

5. Date su dvije podudarne kružnice  $k_1$  i  $k_2$  i tačka  $T$ . Kroz tačku  $T$  konstruisati pravu na kojoj date kružnice odsjecaju podudarne tetive.

6. Konstruisati unutrašnju zajedničku tangentu dvijema datim kružnicama.

### Konstruktivni zadaci - Konstrukcija kruga.

7. Date su tri nekolinearne tačke  $A, B$  i  $C$ . Konstruisati dvije podudarne kružnice sa centrima u  $A$  i  $B$ , tako da tačka  $C$  pripada njihovoj zajedničkoj tangenti.

8. Date su tačke  $P$  i  $Q$ , kružnica  $k$  i prava  $l$ . Konstruisati kružnicu koja prolazi kroz tačke  $P$  i  $Q$  i koja siječe kružnicu  $k$  u tačkama  $A$  i  $B$ , tako da je  $p(A, B) \parallel l$ .

9. Dati je krug  $k_1(S_1, r_1)$ , prava  $t$  i tačka  $T \in t$ . Konstruisati krug  $k(S, r)$  koji dodiruje krug  $k$  i koji dodiruje pravu  $t$  u tački  $T$ .

10. Data je prava  $t$  i tačke  $A, B \notin t$  takve da  $p(A, B) \parallel t$ . Konstruisati krug kroz tačke  $A$  i  $B$  koja dodiruje datu pravu  $t$ .

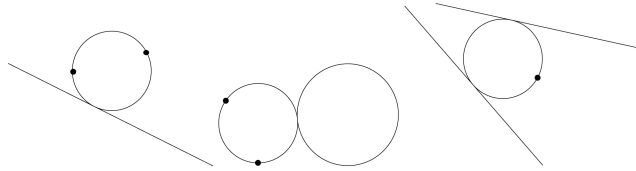
# Apolonijev problem.

Apolonijev problem može se podjeliti na deset zasebnih problema:

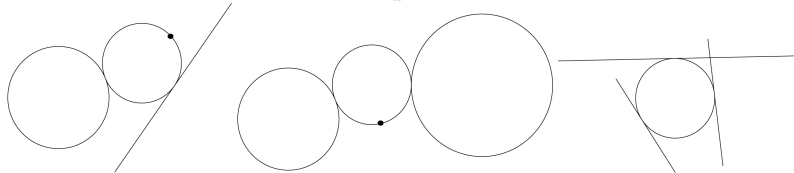
1. Konstrukcija kružnice kroz tri date tačke.



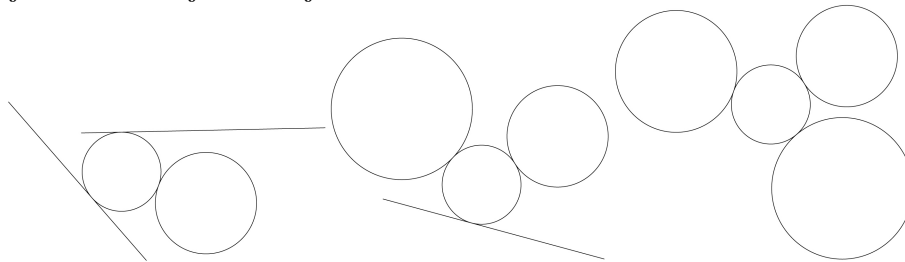
2. Konstrukcija kružnice kroz dvije date tačke koja dodiruje datu pravu.
3. Konstrukcija kružnice kroz dvije date tačke koja dodiruje datu kružnicu.
4. Konstrukcija kružnice kroz datu tačku koja dodiruje dvije date prave.



5. Konstrukcija kružnice koja prolazi kroz datu tačku i dodiruje datu pravu i datu kružnicu.
6. Konstrukcija kružnice koja prolazi kroz datu tačku i dodiruje dvije date kružnice.
7. Konstrukcija kružnice koja dodiruje tri date prave.



8. Konstrukcija kružnice koja dodiruje dvije date prave i datu kružnicu.
9. Konstrukcija kružnice koja dodiruje dvije date kružnice i datu pravu.
10. Konstrukcija kružnice koja dodiruje tri date kružnice.



U analizi i konstrukciji Apolonijevog problema koristimo sljedeće oznake:

$A, B, C$  date tačke.

$k_1, k_2, k_3$  date kružnice.

$t_1, t_2, t_3$  date prave.

$T_1, T_2, T_3, \dots$  dodirne tačke tangenti na kružnice.

$k, \bar{k}, \bar{k}, \dots$  tražene kružnice.

$E, F, G, \dots$  dodirne tačke kružnica.

$L, M, N, U, V, Z, \dots$  dodirne tačke kružnice i prave.

$P, Q, R, S, H, T, \dots$  presječne tačke pravih.

$k', k'', k''', \dots$  pomoćne kružnice.

Napomena: 5. Apolonijev problem se svodi na 2. Apolonijev problem. 6. Apolonijev problem se svodi na 3. Apolonijev problem. 8. Apolonijev problem se svodi na 4. Apolonijev problem. 9. Apolonijev problem se svodi na 5. Apolonijev problem. 10. Apolonijev problem se svodi na 6. Apolonijev problem.