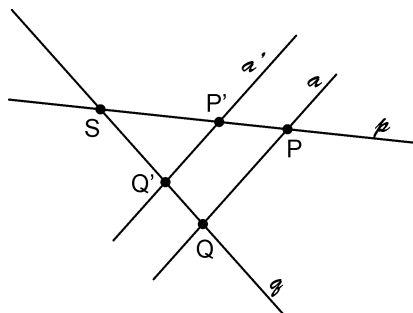


10 Elementarni zadaci: Sličnost traouglova i Talesova teorema

Elementarna pitanja:

1. Talesova teorema glasi: Neka su... (vidi sliku)... Ako su a i a' dvije međusobno paralelne prave tada vrijedi $\frac{SP}{SP'} = \frac{PQ}{P'Q'}$.



2. Poljedica talesove teoreme: $\frac{SP}{SQ} = \frac{P'Q'}{PQ}$, $\frac{SP'}{P'Q'} = \frac{PQ}{PQ}$ i $\frac{SP}{P'Q'} = \frac{PQ}{PQ}$.

3. Obrat Talesove teoreme glasi: $\frac{SP}{SP'} = \frac{PQ}{P'Q'} \Rightarrow a \parallel a'$.

1. Neka su dati krugovi $k_1(O_1, r_1)$, $k_2(O_2, r_2)$ i $k_3(O_3, r_3)$ takvi da k_1 dodiruje krug k_2 u tački P , k_2 dodiruje krug k_3 u tački Q , a k_1 i k_3 nemaju zajedničkih tački. Na pravoj $p(O_1, O_3)$ date su tačke M i N takve da $M \in k_1$, $N \in k_3$ i važi poredak $M - O_1 - O_3 - N$. Neka je $\{T\} = p(O_1, O_3) \cap p(P, Q)$. Dokazati da su trouglovi $\triangle TNQ$ i $\triangle TPM$ slični.

2. Neka je I centar upisanog kruga $\triangle ABC$ ($AB < BC$), tačka S centar opisanog kruga k oko trougla $\triangle ABC$, M sredina stranice AC i neka je tačka P na luku AC (kojem ne pripada tačka B) kruga k takva da je $\triangle PAI$ jkk, da važi poredak $P - M - S$ i da je $PM \perp AC$. Ako je tačka N presječna tačka poluprave $pp[P, S)$ i kruga k dokazati da je $\triangle AMP \sim \triangle NAP$ i da je $\triangle PIN \sim \triangle PMI$.

3. Neka su dati krugovi $k_1(O_1, r_1)$, $k_2(O_2, r_2)$ i $k_3(O_3, r_3)$ takvi da k_1 dodiruje krug k_2 u tački P , k_2 dodiruje krug k_3 u tački Q , a k_1 i k_2 nemaju zajedničkih tački. Na pravoj $p(O_1, O_2)$ date su tačke M i N takve da $M \in k_1$, $N \in k_3$ i važi poredak $M - O_1 - O_3 - N$. Neka je $\{T\} = p(O_1, O_2) \cap p(P, Q)$. Dokazati da su trouglovi $\triangle TNQ$ i $\triangle TPM$ slični.

4. U pravouglom trouglu $\triangle ABC$, a i b su kraci a c je hipotenuza ($BC = a$, $AC = b$, $AB = c$). Dokazati da je $a^2 + b^2 = c^2$.

5. Dat je trougao $\triangle ABC$ u kome su poznate dvije visine $AA' = h_a$, $CC' = h_c$ i težišnica $CC_1 = t_c$. Ako je data tačka D na duži BA' takva da $C_1D \perp BC$ dokazati da je $C_1D = \frac{1}{2}h_a$. Tvrdnju dokazati bez primjene teoreme o srednjoj liniji trougla.

6. Neka je $\square ABCD$ paralelogram. Na polupravoj DB uzeta je tačka E tako da je poluprava AB simetrala ugla $\angle CAE$. Neka je F tačka presjeka pravih CE i AB . Dokazati da je $\frac{EC}{EF} = \frac{AB}{BF}$.

Konstruktivni zadaci - Konstrukcija četverougla.

7. Konstruisati kvadrat ako je dato jedno tjeme i po jedna tačka na stranicama koje ne sadrže to tjeme.

8. Date su tačke A , M i N . Konstruisati paralelogram $\square ABCD$, tako da je M sredina stranice BC , a N sredina stranice CD .

9. Konstruisati kvadrat ako dat njegov centar opisane kružnice i dvije tačke koje pripadaju nekim od njegovih stranica.

10. U dati kvadrat upisati drugi kvadrat tako da mu dužine stranica odgovaraju veličini neke date duži.

11. Date su tri tačke. Konstruisati paralelogram, tako da se sredine tri njegove stranice poklapaju sa datim tačkama.

12. Dat je krug $k(I, r)$ i date su dvije tačke u unutrašnjoj oblasti kruga. U dati krug upisati pravougaonik čije stranice prolaze kroz dvije date tačke. Analizirati oba slučaja: kada date tačke pripadaju naspremnim stranicama i kada date tačke pripadaju susjednim stranicama.

13. Konstruisati paralelogram čija će površina biti jednaka površini datog trougla.

14. Konstruisati paralelogram čija će površina i obim biti jednaki površini i obimu datog trougla.

15. Konstruisati kvadrat $\square ABCD$ takav da date tačke P, Q, R i S pripadaju redom stranicama AB, BC, CD i DA .

Napomena: U rješavanju zadatka možda ćete naći korisno da iskoristite teoremu: Presječna tačka simetrale ivice BC i simetrale unutrašnjeg ugla $\angle BAC$ trougla $\triangle ABC$ pripada opisanom krugu oko tog trougla.

Zadaci za vježbu

16. U dati kvadrat upisati drugi kvadrat, tako da prava određena jednom stranicom toga kvadrata prolazi kroz datu tačku.

17. Konstruisati kvadrat ako je data po jedna tačka na svakoj od njegovih stranica ili na njihovim produžecima.

18. Date su tri konkurentne prave i na jednoj od njih tačka A . Konstruisati trougao $\triangle ABC$, tako da njegove visine leže na datim pravama.

19. Date su tri konkurentne prave i na jednoj od njih tačka A . Konstruisati trougao $\triangle ABC$, tako da njegove simetrale uglova leže na datim pravama.

20. "Prevesti" nazive figura datih na slici ispod.

