

9 Elementarni zadaci: Prizma i kvadar

Elementarna pitanja:

1. Kako glasi formula za računanje površine prizme?
2. Kako glasi formula za računanje zapremine prizme?
3. Kako glasi formula za računanje zapremine kvadra?

$$[V = B \cdot H]$$

1. U trostranu prizmu, čija je osnova pravougli jednakokraki trougao, može se upisati lopta poluprečnika 2cm koja dodiruje sve strane prizme. Kolika je zapremina te prizme?
2. Osnova prizme je romb. Omotač prizme je 2400cm^2 . Jedna dijagonala romba je 40cm, a rastojanje naspram bočnih strana prizme jednako je visini prizme. Kolika je zapremina prizme?
3. Baza uspravne prizme je jednakokraki trougao osnovice a i ugla pri vrhu 120° . Kolika je zapremina prizme (u funkciji od a) ako je površina omotača dva puta veća od površine baze?
4. Baza (osnova) pravilne četverostrane prizme je kvadrat stranice a (cm). Ravan koja sadrži jednu ivicu baze i nagnuta je prema ravni baze pod uglom od 30° , dijeli zapreminu date prizme u razmjeri 2 : 3. Kolika je visina prizme?
5. Dijagonala kvadra ima dužinu $d = 2\sqrt{2}$. Njen nagib prema jednoj bočnoj strani iznosi 30° , a prema drugoj bočnoj strani 45° . Kolika je zapremina ovog kvadra?

Konstruktivni zadaci - Konstrukcija trougla.

Svaki konstruktivni zadatak ima četiri dijela:

1. Analiza
2. Konstrukcija
3. Dokaz
4. Diskusija (determinizacija)

U analizi pretpostavimo da je zadatak riješen, i na osnovu slike (skice) rješenja, logičkim razmišljanjem (i po potrebi dodavanjem nekih novih elemenata skici, kao što su tačka, prava i slično), dolazimo do ideje šta možemo konstruisati od datih elemenata u zadatku. U analizi ne objašnjavamo kako se šta može konstruisati, nego samo konstatujemo šta se može konstruisati i na osnovu čega.

U konstrukciji pravimo niz od jasnih i nedvosmislenih koraka šta i kojim redom trebamo konstruisati da bismo od datih elemenata u zadatku došli do rješenja. Konstrukciju možemo tumačiti i kao Algoritam u kome su ulaz dati elementi zadatka a izlaz rješenje zadatka.

U dokazu dokazujemo one tvrdnje na koje smo se pozvali u Analizi a koje nismo tamo dokazali. Generalno u dokazu treba da se nalazi rečenica šta se treba dokazati, i dati dokaz toga.

U diskusiji (determinizaciji) razmatramo broj rješenja u odnosu na položaj datih elemenata.

6. Konstruisati trougao $\triangle ABC$ ako su dati uglovi α , β i njegov obim.
7. Konstruisati trougao $\triangle ABC$ ako su date tačke P , Q i R koje su podnožja visina datog trougla.
8. Konstruisati trougao $\triangle ABC$ ako su mu dati stranica a , ugao β i duž $b - c$.
9. Konstruisati trougao $\triangle ABC$ ako su mu dati visine h_a i h_c , i težišna linija t_a .
10. Konstruisati trougao $\triangle ABC$ ako su mu dati stranica a , težišnica t_a i visina h_a .
11. Konstruisati trougao $\triangle ABC$ ako su mu dati stranica c , duž $a - b$ i ugao $\alpha - \beta$.
12. Konstruisati trougao $\triangle ABC$ ako su mu dati stranica a , visina h_a i ugao α .
13. Konstruisati trougao $\triangle ABC$ ako je dato $AM = t_a$ i poluprečnici R_1 i R_2 kružnica opisanih oko trouglova $\triangle ABM$ i $\triangle ACM$.
14. Konstruisati raznostranični trougao $\triangle ABC$ ako su poznati stranica b , visina h_c (koja odgovara stranici c) i zbir $a + c$.

15. Date su tri konkurentne prave i na jednoj od njih tačka A . Konstruisati trougao $\triangle ABC$, tako da njegove težišne linije leže na datim pravama.

Napomena. *Konkurentne prave* su prave koje prolaze kroz jednu tačku.

16. Konstruisati trougao $\triangle ABC$ ako su mu dati stranica a , ugao α i poluprečnik kružnice r upisane u taj trougao.

17. Konstruisati trougao $\triangle ABC$ ako su mu dati stranica a , duž $b + c$ i ugao $\beta - \gamma$.

18. Konstruisati trougao $\triangle ABC$ ako su date tri tačke P , Q i R koje su u odnosu na stranice trougla simetrične centru opisane kružnice trougla.

19. Konstruisati trougao $\triangle ABC$ ako su date tri tačke P , Q i R koje su u odnosu na stranice trougla simetrične ortocentru trougla.

Neki zadaci sa ispitnih rokova

20. Konstruisati trougao $\triangle ABC$ ako su date stranice a i b , i zna se da je $\alpha = 3\beta$.

21. Data je kružnica i u njenoj unutrašnjosti tačke P i Q . Upisati u tu kružnicu pravougli trougao čija jedna kateta sadrži tačku P , a druga tačku Q .

22. Konstruisati trougao $\triangle ABC$ ako su dati visina h_c , težišnica t_c i poluprečnik opisane kružnice R .

23. Konstruisati trougao $\triangle ABC$ ako su dati stranica a , ugao β i poluprečnik upisane kružnice r .

24. Konstruisati trougao $\triangle ABC$ ako su date tačke P , Q i R u kojima visina, simetrala ugla i težišna linija iz tjemena C sijeku kružnicu opisanu oko trougla.

25. Date su paralelne prave a i b , tačka M između njih i prava c koja nije paralelna ni sa a , ni sa b . Konstruisati jednakokraki trougao $\triangle MAB$, sa osnovicom AB , tako da $A \in a$, $B \in b$ i $p(A, B) \parallel c$.

26. Konstruisati trougao $\triangle ABC$ takav da su mu težišne duži podudarne trima datim dužima.

27. Konstruisati trougao $\triangle ABC$ takav da su mu tri date nekolinearne tačke S_a , S_b i S_c centri spolja upisanih krugova.

Zadaci za vježbu

28. Konstruisati trougao ako je dato:

(a) $h_a, 2p, r$; (p je poluobim trougla, r poluprečnik upisane kružnice)

(b) $\alpha, r_a, b + c - a$;

(c) $2p, r, r_a$; (r_a je poluprečnik spolja upisane kružnice koja dodiruje stranicu a i prave koje sadrže stranice b i c);

(d) a, r, r_a ;

(e) $r, r_a, b - c$;

(f) $r_b, r_c, \beta - \gamma$;

(g) a, r_b, r_c ;

(h) $r_b, r_c, b + c$; (i) c, r, r_c ;

(j) $c, \gamma, \alpha - \beta$; (k) $h_c, t_c, \alpha - \beta$;

29. Konstruisati trougao ako su dati elementi:

(a) $b - c, r, \beta - \gamma$;

(b) $a, r, b - c$;